

UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA
CENTRO UNIVERSITARIO DE LOS VALLES



DIVISIÓN DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERÍA

**INTERACCIÓN ENTRE LA CALLE DE VON KÁRMÁN
Y LA OSCILACIÓN DE UNA PLACA FLEXIBLE PASIVA
INMERSA DENTRO DE LOS VÓRTICES**

Que para obtener el título de:

Doctor en Ciencias Físico Matemáticas
con Orientación en Procesamiento Digital de Señales

Presenta:

Erika Sandoval Hernández

Director:

Dra. Anne Cros

Ameca, Jalisco, Febrero 2016



UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA
 CENTRO UNIVERSITARIO DE LOS VALLES
 DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS
 COORDINACION DE DOCTORADO EN CIENCIAS FISICO MATEMATICAS

DCFM/51/2016

Mtro. Francisco Javier Maldonado Virgen
 Coordinador de Control Escolar
 CUVALLS

At'n Dr. Víctor Manuel Castillo Girón

PRESENTE

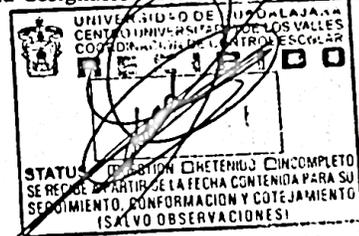
Por este medio me permito hacer constar que la Mtra. ERIKA SANDOVAL HERNÁNDEZ con código D04924207, ha concluido su tesis para optar por el grado de Doctor en Ciencias Físico Matemáticas, en la orientación de Procesamiento Digital de Señales, con el tema intitulado

"Interacción entre la calle de von Kármán y una placa flexible pasiva inmersa dentro de los vórtices"

La tesis ha sido revisada por los integrantes de la Junta Académica y los lectores asignados de este posgrado han informado que **SÍ CUMPLE** con los requerimientos exigidos por el programa para su realización, se considera apta para su presentación para examen de grado. El comité tutorial ha asignado una calificación de 100 al trabajo de tesis. Así mismo, le informo que la estudiante ya ha cubierto la totalidad de los demás créditos correspondientes al plan de estudios del programa.

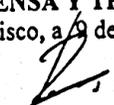
Por tal motivo, le informamos que el examen de grado se efectuará el día 16 de febrero del año en curso a las 10:00 hrs en la sala de gobierno. Al respecto, le solicitamos atentamente la elaboración del acta correspondiente. También, le comunico sobre la designación del comité de examen de grado.

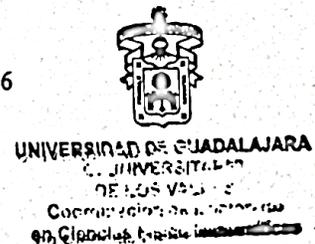
- Dra. Anne Cros (presidente)
- Dr. Victor Manuel Castillo Vallejo (secretario)
- Dra. Emilia Fregoso Becerra (vocal)
- Dr. Emilio Palacios Hernández (vocal)
- Dr. Iván Esteban Villalón Turrubiates (vocal)

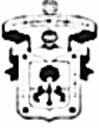


Sin otro particular, aprovecho la oportunidad para reiterarle mi atenta y distinguida consideración.

ATENTAMENTE
"PIENSA Y TRABAJA"
 Ameca, Jalisco, a 9 de Febrero de 2016


 Dr. Víctor Manuel Rentería Tapia
 Coordinador de Doctorado en
 Ciencias Físico Matemáticas





UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

CENTRO UNIVERSITARIO DE LOS VALLES
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS NATURALES Y EXACTAS

COORDINACION DE DOCTORADO EN CIENCIAS FISICO MATEMATICAS

Integrantes de la junta académica

Dr. Edgar Madriz Aguilar
Miembro de la junta académica.

Dr. José Guadalupe Rosas Elguera
Miembro de la junta académica.

Dr. Celso Velásquez Ordoñez
Miembro de la junta académica.

Dra. Rocío Castañeda Valderrama
Miembro de la junta académica.

Resumen

Los vórtices de von Kármán son remolinos que se generan cuando un flujo interactúa con un cuerpo sumergido en él. Estos son causados por una inestabilidad de la capa límite del fluido alrededor del obstáculo que se separa y los genera. Por otra parte, la inestabilidad aeroelástica es la fluctuación espontánea de una placa inmersa en un flujo homogéneo de aire (o de agua). En el presente estudio, el experimento es realizado debajo del umbral de la inestabilidad aeroelástica y se estudia la interacción de los vórtices con una placa flexible sujeta en un extremo y libre del otro. Se realizan tres series de experimentos. La primera permite validar que los vórtices desprendidos en el canal de agua tengan las características esperadas y requeridas para nuestros experimentos. Después, se realizan experimentos fijando la longitud de placa y variando la velocidad del flujo. Finalmente se repiten los experimentos para una velocidad fija y diferentes longitudes de la placa. Los resultados muestran que la placa oscila con una amplitud A muy pequeña respecto a la longitud L de la placa $A/L \sim 10^{-3}$ con la misma frecuencia de desprendimiento de los vórtices. Además, la placa oscila con una longitud de onda mucho mayor que la longitud de la placa, de tal manera que todos los puntos de la placa oscilan en fase. La amplitud A crece cuando la intensidad del flujo crece, pero cuando la longitud L aumenta la amplitud presenta un máximo para cierta longitud de la placa. Estas observaciones son consistentes con el modelo teórico de Alben (2010). El análisis de la diferencia de fase entre los vórtices y la placa flexible es un poco más delicado por la técnica de visualización utilizada en este experimento. Si bien el máximo presentado no es asociado a priori con una resonancia, será interesante en un futuro verificar como varía el empuje del flujo sobre la placa alrededor de este máximo.

Dedicatoria

A mi familia por su apoyo en el proceso que he llevado para cumplir mis metas.

Agradecimientos

A mi directora Anne Cros por su confianza en el desarrollo de este trabajo, por darme la oportunidad de desarrollar mis habilidades y tener experiencias como parte de mi formación doctoral, como fue el apoyo a asistencias a congresos, seminarios, redacción de un proyecto, coodirección de tesis de alumnos de licenciatura, etc. Lo que me permitió aprender las partes académicas que involucran el desarrollo de un investigador. Y el apoyo en algunas cuestiones personales.

A CONACYT por el apoyo económico con la beca por medio del Proyecto 103941.

Al Dr. Víctor Manuel Castillo Vallejo y al Dr. Iván Esteban Villalón Turrubiates por sus comentarios, sugerencias, revisiones y estar al pendiente de mi trabajo a lo largo de todo el proceso del desarrollo de mi tesis.

Al Dr. Emilio Palacios Hernández y a la Dra. Emilia Fregoso Becerra por aceptar ser parte de mi comité evaluador en el proceso de defensa de tesis, así como sus observaciones y sugerencias.

Al Dr. Stefan Llewellyn Smith por su colaboración en los cálculos numéricos del modelo teórico que es utilizado para hacer comparaciones, y es parte de lo será un nuevo artículo.

A CUVALLLES como institución que me aceptó para la realización de mis estudios de doctorado.

Al departamento de Física del CUCEI por el apoyo económico para la participación y asistencia a un congreso nacional, además del permiso del uso de las instalaciones del laboratorio de física.

A Bronislava Franco Llamas, Ricardo Morales Hernández y Alejandro Camilo Espinosa Ramírez por aceptar trabajar bajo mi coodirección en la realización de su tesis de licenciatura, lo cual me permitió aprender una etapa más de mi formación doctoral, además de su apoyo técnico en el proceso de algunos experimentos.

A Valentin Six y Sébastien de Mareuil por aceptar trabajar en conjunto durante su estancia en CUCEI.

A José Luis Rodríguez Solís por su ayuda técnica en los casos que necesite apoyo para montar el canal, por explicarme las características ópticas en la toma de imágenes, por sus sugerencias y su apoyo en el aspecto personal.

A Ricardo Morales, Rodolfo Ibarra, Gabriel Varela y Alejandro Camilo por ayudarme a armar y hacer las modificaciones que tuve que se requirieron en el canal de agua.

A Ricardo Michimani por su ayuda en la toma de fotografías, para armar el canal de agua y su asesoría en dudas de programación.

A Jaime Almaguer por su asesoría y préstamo de equipo para las correcciones del arreglo óptico con el uso del láser.

A Luis Borrueel por prestarme su cámara, además de su asesoría en las cuestiones ópticas de la toma de vídeos.

A Pablo, Alma y Felipe técnicos de laboratorio de física del CUCEI por su apoyo en el préstamo de material y el uso de los laboratorios.

A Paula Pérez Brunius por la oportunidad de trabajo los pasados meses que me permitió soportar algunos gastos del doctorado.

A mi familia y amigos que me han apoyado y ayudado de diferentes formas para que yo logre terminar mi meta de obtener el título del doctorado.

Y a todo aquel que indirectamente ha participado de alguna forma en crear las situaciones o posibilidades de llegar a esta etapa de mi vida.

Índice general

Lista de figuras	IX
Lista de tablas	XXI
Introducción	XXII
1. Antecedentes	1
1.1. Vórtices de von Kármán	1
1.1.1. Generalidades	1
1.1.2. Frecuencia de desprendimiento de los vórtices y números adimensionales	2
1.1.3. Inestabilidades tridimensionales para $Re < 200$	6
1.1.4. Intensidad de los vórtices	8
1.2. Inestabilidad Aeroelástica	10
1.2.1. Ecuación de movimiento y números adimensionales.	10
1.2.2. Trabajos anteriores	13
1.3. Interacción entre los vórtices de von Kármán y un cuerpo flexible afilado inmerso en ellos	15
1.3.1. Interés en el estudio en la locomoción de los peces	15
1.3.2. Placas flexibles inmersas en la calle de von Kármán	18
2. Sistema experimental y metodología	20
2.1. Canal de agua	20
2.1.1. Características Generales	20
2.1.2. Calibración del canal	21
2.2. Vórtices de von Kármán	26
2.2.1. Generación de la calle de von Kármán sola	26
2.2.2. Generación de la calle de von Kármán en presencia de la placa flexible	27
2.3. Placa flexible	28
2.4. Configuración experimental para la interacción vórtices – placa flexible	30
2.5. Procesamiento de señales	32

3. Resultados	36
3.1. Vórtices de von Kármán	36
3.2. Interacción de la placa flexible y los vórtices de von Kármán para diferentes valores de Re	41
3.3. Interacción entre la placa flexible y los vórtices de von Kármán para diferentes valores de L	47
4. Discusiones	49
4.1. Comentarios generales	49
4.2. Comparación con los resultados teóricos de Alben (2010)	51
5. Conclusiones	56
A. Curvas de calibración del canal de agua para el rango de velocidades intermedias y altas	62
B. Diagramas espacio-temporales y espectros de frecuencia para Re variable	64
C. Diagramas espacio-temporales y espectros de frecuencia para L variable	76

Índice de figuras

1.1. Vórtices de von Kármán generados por islas frente a Cabo Verde tomados con imágenes satelitales y trazadas por polvo proveniente del desierto (a) (http://phys.org/news/2012-02-sandy-streets-atlantic.html) y por la isla Guadalupe trazados por nubes (b) (http://earthobservatory.nasa.gov/IOTD/view.php?id=987).	2
1.2. Patrones de flujo que pasan alrededor de un cilindro. La imagen de arriba muestra el caso para $Re < 4$, donde el flujo solo rodea el obstáculo. En el centro está el caso donde $4 < Re < 47$ donde el flujo genera dos vórtices detrás del cilindro, pero no se desprenden. La parte inferior es cuando $47 < Re < 2000$, en este caso el número de Re sobrepasa el umbral de desprendimiento de los vórtices.	3
1.3. Vista lateral del desprendimiento de los vórtices, el flujo va de la parte inferior a la parte superior. Desprendimiento oblicuo para $Re = 60$ (a), $Re = 85$ (b) y desprendimiento paralelo para $Re = 110$ forzado por medio de un ángulo al final del obstáculo (tomada de Williamson, 1988a).	5
1.4. Relación Re vs Sr , donde la línea continua es la curva original para $Sr - Re$ y los puntos son los datos obtenidos experimentalmente por Williamson (1988a) y corregidos por el ángulo de desprendimiento de los vórtices. . . .	6
1.5. Relación Re vs Sr para $47 \leq Re \leq 5000$ (adaptada de Fey et al., 1998). . .	6
1.6. Relación Reynolds-Strouhal para tres diferentes cilindros donde Williamson (1988b) muestra las discontinuidades debidas a las estructuras tridimensionales.	8
1.7. Foto de la calle de los vórtices de von Kármán donde se indican la longitud de onda (λ) de los vórtices de von Kármán y el espaciamiento transversal (b) entre las líneas de los vórtices.	9
1.8. Esquema de una placa flexible fluctuando en un flujo de dirección v (adaptación de Eloy et al., 2007).	11
1.9. Primeros tres modos de oscilación en el vacío. Tomada de Huang 1995. . .	12
1.10. Umbrales de estabilidad como función de H^* para un valor fijo de $M^* = 0.6$ (a) y en función de M^* con un valor fijo de $H^* = 0.5$, donde $H^* = H/L$ (b) (Tomada de Eloy et al., 2012).	15
1.11. Superposición del cuerpo del pez al nadar en los tres experimentos realizados: a la izquierda sin obstáculo, en el centro con el obstáculo corriente abajo y a la derecha con el cilindro corriente arriba (Tomada de Liao et al., 2003).	16

1.12. Frecuencia (izquierda) y longitud de onda (derecha) del nado de un pez (●) y del desprendimiento de los vórtices (■). En la abscisa, los tres primeros puntos representan diferentes obstáculos, el cuarto corresponde al nado de los peces sin obstáculo y el quinto cuando el pez nada corriente arriba del obstáculo (Tomada de Liao et al., 2003).	17
1.13. Posición de pez muerto en el tiempo detrás de la estela de von Kármán (Tomada de Beal et al., 2006).	17
2.1. Canal de agua utilizado en el presente trabajo. (A) bomba trifásica, (B) divergente, (C) convergente, (D) sección de pruebas, (E) flujómetro, (F) by-pass.	21
2.2. Foto del flujómetro insertado en el canal de agua.	22
2.3. Curva de calibración del canal con la configuración del rango de velocidades menores.	23
2.4. Diagrama de técnica PIV (adaptada del Sistema Dantec Dynamics)	24
2.5. Generador de pulsos en el lado izquierdo, el controlador del láser y el láser del lado derecho.	25
2.6. Curva de velocidad para calibración del canal utilizando PIV.	25
2.7. Vórtices de von Kármán generados por un cilindro horizontal de 5 mm de diámetro y visualizados por medio de tintas. Aquí, $Re = 100$	26
2.8. Vórtices von Kármán visualizados por medio de la precipitación de óxido de estaño.	28
2.9. Foto que muestra la placa flexible amarrada horizontalmente en el canal de agua y se observa en la imagen como la línea negra.	29
2.10. A la izquierda: oscilaciones amortiguadas de la placa flexible. A la derecha: espectro de Fourier de la señal de la izquierda. El pico se encuentra en $f_1 = 2.30 \pm 0.02 Hz$	30
2.11. Foto del flujo interaccionando con la placa. Las regiones blancas corresponden al óxido de estaño. Estas regiones delimitan las regiones oscuras donde se encuentran los vórtices. La placa flexible corresponde a la línea roja. La raya vertical más oscura corresponde a la sombra de la varilla que mantiene el eje de la placa.	31
2.12. Configuración experimental del equipo. La imagen de la izquierda muestra la fuente conectada al alambre de estaño, en azul se representa el paso de los vórtices que se desprenden detrás del cilindro; la placa flexible oscila dentro de los vórtices. La cámara es montada con el lente perpendicular al plano del paso de los vórtices. Se indica la longitud L de la placa flexible, el diámetro D del obstáculo y S la distancia del centro del obstáculo al borde de ataque de la placa.	32
2.13. Ejemplo de diagrama espacio-temporal. En x es el tiempo y en y una línea transversal al canal de agua. Los vórtices corresponden a las regiones oscuras en las regiones $y > 2 cm$ y $y < -2 cm$. El extremo libre de la placa flexible (en rojo) oscila con una amplitud pequeña.	33

2.14.	Ejemplo del calculo de la oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) (a) y la misma señal filtrada con un filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (b). (b) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el (*) indica el pico máximo del espectro, indicando la frecuencia característica.	34
2.15.	A la izquierda: evolución temporal del extremo libre de la placa flexible (línea punteada) y del valor de los pixeles por donde pasan los vórtices (línea solida). A la derecha: correlación cruzada entre las dos señales y el círculo indica el punto donde la correlación es máxima para el tiempo Δt	35
3.1.	Resultados para los vórtices generados por el cilindro de diámetro $D = 5.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ por medio de tintas para $v = 1.84 \text{ cm/s}$ ($Re = 110$). La imagen (a) muestra el diagrama espacio-temporal mientras que a la derecha (b) muestra el mapa de los coeficientes de Fourier del espectro de frecuencias para $Re = 110$. La escala de grises indica cualitativamente las variaciones de intensidad de color para cada coeficiente respecto al diagrama espacio-temporal. En (c) se muestra el promedio correspondiente para cada frecuencia del espectro de frecuencias de Fourier.	38
3.2.	Resultados para los vórtices de von Kármán generados por el cilindro de diámetro $D = 12.5 \pm 0.1 \text{ mm}$ visualizados por el método de precipitación de óxido de estaño para $v = 1.2 \text{ cm/s}$ ($Re = 126$). El diagrama espacio-temporal se muestra en (a); en (b) los coeficientes del espectro de frecuencias correspondiente (la escala de grises indica la variación de la intensidad de color). En (c) se muestra el promedio de los coeficientes para cada frecuencia correspondiente.	39
3.3.	Evolución de la frecuencia de los vórtices de von Kármán en función de la velocidad del fluido para el cilindro de $D = 0.5 \pm 0.01 \text{ cm}$ (\circ) y para el cilindro con $D = 1.25 \pm 0,01 \text{ cm}$ (∇).	40
3.4.	Relación Strouhal-Reynolds, la línea solida indica la curva teórica de Williamson (1988a), la línea punteada la curva de Fey et al. (1998). Los puntos experimentales corresponden a los cilindros de $D = 0.50 \pm 0.01 \text{ cm}$ (\circ) y $D = 1.25 \pm 0.01 \text{ cm}$ (∇).	40

3.5.	Señales procesadas para $Re = 137$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.	42
3.6.	Evolución de la frecuencia de la placa (rojo) y de los vórtices (azul) en función del número de Reynolds. La línea sólida indica la curva predicha por Williamson (1988a) (ecuación 1.4) y la línea punteada corresponde a la curva de Fey et al. (1998) (ecuación 1.5).	43
3.7.	Gráfica de la señal filtrada (—) $h(L, t)$ para $Re = 106$ en donde se localizaron los máximos (—) cuyo promedio corresponde a la amplitud A de la señal.	44
3.8.	Evolución de la amplitud de oscilación de la placa A normalizada por la longitud de la placa L , en función del número de Reynolds Re	44
3.9.	Diferencia de fase $\Delta t/T$ entre los vórtices de von Kármán y la oscilación de la placa en función del número de Reynolds.	46
3.10.	Deflexión transversal de dos puntos de la placa en función del tiempo: su extremo libre $h(L, t)$ en rojo y su punto medio $h(L/2, t)$ en negro.	46
3.11.	Amplitud adimensional A/L de oscilación de la placa en función de la longitud de la placa L/λ	48
3.12.	Diferencia de fase entre los vórtices de von Kármán y la oscilación de la placa en función de L/λ	48
4.1.	(a) Evolución de la amplitud A del extremo libre de la placa flexible adimensionada por la longitud de la placa L en función del número de Reynolds Re . Solución predicha por el modelo teórico de Alben (2010) (—) y los valores obtenidos experimentalmente (—). (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR) (—).	52
4.2.	(a) Evolución de la diferencia de fase $\Delta t/T$ en función del número de Reynolds Re . (—) representa la solución de las ecuaciones de Alben (2010) y (—) los valores experimentalmente. (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR) (—).	53

4.3.	(a) Evolución de la amplitud de oscilación de la placa para L variable, (—) es solución de las ecuaciones de Alben (2010) y (—) los valores obtenidos experimentalmente. (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR)(—).	54
4.4.	(a) Evolución la diferencia de fase para L variable,(—) la diferencia de fase del modelo es representado. Los valores obtenidos experimentalmente (—). (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR) (—).	55
A.1.	Curva de calibración de la velocidad del canal de agua para la configuración de velocidades intermedias.	63
A.2.	Curva de calibración de la velocidad del canal de agua para la configuración de velocidades mayores.	63
B.1.	Señales procesadas para $Re = 106$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.	65
B.2.	Señales procesadas para $Re = 111$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.	66

- B.3. Señales procesadas para $Re = 118$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 67
- B.4. Señales procesadas para $Re = 124$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 68
- B.5. Señales procesadas para $Re = 130$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 69

- B.6. Señales procesadas para $Re = 137$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 70
- B.7. Señales procesadas para $Re = 144$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 71
- B.8. Señales procesadas para $Re = 150$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 72

- B.9. Señales procesadas para $Re = 157$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 73
- B.10. Señales procesadas para $Re = 164$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 74
- B.11. Señales procesadas para $Re = 170$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 75

- C.1. Señales procesadas para $L = 5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 77
- C.2. Señales procesadas para $L = 5.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 78
- C.3. Señales procesadas para $L = 6 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 79

- C.4. Señales procesadas para $L = 6.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 80
- C.5. Señales procesadas para $L = 7 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 81
- C.6. Señales procesadas para $L = 7.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 82

- C.7. Señales procesadas para $L = 8 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 83
- C.8. Señales procesadas para $L = 8.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 84
- C.9. Señales procesadas para $L = 9 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 85

- C.10. Señales procesadas para $L = 9.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 86
- C.11. Señales procesadas para $L = 10 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 87
- C.12. Señales procesadas para $L = 10.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (—) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación. 88

Índice de tablas

- 2.1. Características de la placa flexible. Se muestran la longitud L de la placa, su ancho H , su masa superficial m_s , su densidad volumétrica ρ_h , su módulo en flexión B , la razón de masa M^* calculado según la ecuación 1.17, el rango de la velocidad adimensional U^* calculado según la ecuación 1.16 y los valores para los números adimensionales R_1 y R_2 calculados con la ecuación 1.19. 29

Introducción

En la naturaleza existe una infinidad de remolinos formados en el océano, la atmósfera y los ríos, causados por la interacción de las corrientes de viento o agua con obstáculos como la orografía de islas, montañas, montañas submarinas o simplemente por rocas o vegetación. Por otra parte, la inestabilidad aeroelástica se desarrolla cuando un flujo lo suficientemente intenso interactúa con un cuerpo flexible, provocando que este comience a fluctuar.

Existen también muchas situaciones en las que hay una interacción entre flujos o remolinos con otros cuerpos en la naturaleza, como puede ser peces que nadan dentro de los remolinos que generan rocas en el río o en el mar. Igualmente existen en la industria situaciones como en el diseño de estructuras que pueden interactuar con flujos, ya sea para aprovechar la energía que proporciona el flujo o donde es necesario tener precauciones para no tener daños en la estructura (como la construcción de puentes en regiones donde se generan vientos intensos o estructuras dentro del mar donde exista el paso de remolinos que transportan mucha energía).

Ya fue demostrado (Liao et al., 2003) que los peces pueden aprovechar la energía de los vórtices de von Kármán, que se desarrollan detrás de las piedras en los ríos, para hacer menos esfuerzos. Beal et al. (2006) encontraron que un pez recientemente muerto alcanza a contrarrestar el arrastre y ser propulsado flujo arriba cuando este es colocado entre la calle de vórtices. Weimerskirch et al. (2001) mencionan que en la formación de aves en V el flujo rotacional que se desprende de las aves que van al frente juegan un papel esencial en el ahorro de energía para volar.

Allen y Smits (2001) estudiaron qué cantidad de energía piezoeléctrica se puede extraer de la fluctuación de una placa flexible inmersa dentro de la calle de von Kármán. Más tarde, Alben (2010) determinó teóricamente la distribución de presión que ejerce el flujo sobre una placa fluctuando dentro de la calle de remolinos y calcula el perfil de la placa en el tiempo así como la fuerza de arrastre o de empuje actuando sobre ella.

Por lo tanto, la interacción entre los vórtices de von Kármán y un cuerpo flexible es de importancia para entender la locomoción de animales en la naturaleza y las posibles aplicaciones en la industria. Además, no existe un trabajo experimental que estudie la interacción con una placa flexible con los vórtices de von Kármán y compare los resultados experimen-

tales con los modelos teóricos. Por estas razones, se propone llevar a cabo un estudio con experimentos de laboratorio y hacer una comparación con la teoría.

Planteamiento del problema

En el presente trabajo se estudia la interacción de los vórtices de von Kármán con una placa flexible. Se realizan experimentos en un rango de parámetros diferentes al trabajo de Allen y Smits (2001), a velocidades mucho menores y con placas flexibles de dimensiones menores. Además, se aprovechará el estudio de Alben (2010) para comparar los resultados experimentales con su modelo teórico.

Hipótesis

La hipótesis es que una calle de vórtices tiene la energía suficiente para generar oscilaciones en una placa flexible inmersa dentro de ellos.

Objetivos

El objetivo principal de este trabajo consiste en estudiar la influencia de los vórtices de von Kármán sobre una placa flexible, amarrada en su borde de ataque y libre en el otro e inmersa en ellos para números de Reynolds del orden de 100.

Los objetivos particulares son: encontrar el arreglo experimental adecuado al estudio propuesto en este trabajo, determinar las condiciones (velocidad del flujo, intensidad de los vórtices, flexibilidad de la placa) bajo las cuales la placa oscile debido a la acción de los vórtices. Analizar como la placa interacciona con los vórtices; para esto se debe obtener información como: frecuencia, longitud de onda, diferencia de fase y amplitud de oscilación tanto de los vórtices como de la placa por medio de vídeos. Y comparar los resultados con los dos estudios anteriores de Alben (2010) y Allen y Smits (2001).

Estructura de la tesis

El capítulo 1 es dedicado a la descripción de los fenómenos físicos involucrados en este trabajo. Los vórtices de von Kármán son descritos en la sección 1.1, donde se mencionan las condiciones necesarias para su formación, las características de frecuencias de desprendimiento, las inestabilidades tridimensionales observadas en laboratorio y la circulación de los vórtices. El segundo fenómeno relacionado con el presente trabajo es la inestabilidad aeroelástica, descrita en la sección 1.2: se explica la respuesta de una placa flexible dentro de un flujo homogéneo, dado por la ecuación de movimiento y de los resultados obtenidos

por otros autores. Por último se describen los antecedentes respecto a la interacción de los vórtices de von Kármán con otros cuerpos flexibles, que son peces o bien placas.

En el capítulo 2 se explican las diferentes partes involucradas en el dispositivo experimental: el canal de agua utilizado para los experimentos es caracterizado en la sección 2.1, la metodología para la generación de los vórtices de von Kármán en la sección 2.2. Las características de la placa flexible utilizada se muestran en la sección 2.3 y la configuración experimental para el estudio de la interacción de los vórtices con la placa flexible se detalla en la sección 2.4. Finalmente las diferentes etapas del procesamiento de las señales adquiridas son descritas en la sección 2.5.

En el capítulo 3 se describen los resultados experimentales obtenidos: en la sección 3.1 se caracterizan los vórtices formados y se comparan los resultados con trabajos previos para validar los experimentos. En la sección 3.2, se muestran los resultados de la interacción de los vórtices de von Kármán con la placa flexible de longitud fija y con velocidades del flujo variables. En la última sección 3.3 se describe la respuesta de placas flexibles de diferentes longitudes debido a la interacción de los vórtices desarrollados con una velocidad fija del flujo.

El capítulo 4 se enfoca a las discusiones. En la sección 4.1, se analizan las diferencias y similitudes que existen entre los resultados obtenidos en este trabajo, tanto para los vórtices de von Kármán como para la oscilación de la placa, respecto a trabajos previos. En la sección 4.2, se comparan la amplitud de oscilación de la placa con los resultados del modelo teórico de Alben (2010).

El capítulo 5 corresponde a las conclusiones obtenidas en el presente trabajo sobre la respuesta de la placa flexible en su oscilación, frecuencia y amplitud generadas por los vórtices de von Kármán.

En el apéndice A se presentan las curvas de calibración para las configuraciones disponibles del canal que no son utilizadas en el presente trabajo.

Finalmente en los apéndices B y C se muestran los resultados de las series de experimentos de la interacción de la placa con los vórtices de von Kármán para longitud fija con diferentes velocidades y para velocidad fija con diferentes longitudes respectivamente.

Capítulo 1

Antecedentes

En este capítulo se describen los antecedentes de los conocimientos ya desarrollados para los vórtices de von Kármán, la inestabilidad aeroelástica y la interacción de cuerpos con los vórtices. En la sección 1.1, se presentan las características de los vórtices de von Kármán detrás de un cilindro, la relación entre la frecuencia de desprendimiento de los vórtices y la velocidad del flujo, así como su intensidad. En la sección 1.2, se indica en qué condiciones un cuerpo flexible puede oscilar espontáneamente bajo la acción de un flujo. La inestabilidad aeroelástica se desarrolla en flujos lo suficientemente intensos por lo cual es necesario conocer la velocidad crítica de esta inestabilidad para el experimento. En la sección 1.3, se describe los estudios anteriores sobre la interacción entre los remolinos de von Kármán y un cuerpo flexible inmerso en ellos.

1.1. Vórtices de von Kármán

1.1.1. Generalidades

Los vórtices de von Kármán provienen de una inestabilidad hidrodinámica en la cual la capa límite que se forma alrededor de un obstáculo inmerso en un flujo se desprende. Los vórtices von Kármán han sido observados por ejemplo en la atmósfera por medio de imágenes satelitales, como se muestra en la figura 1.1. En este caso, estos vórtices son trazados por polvo proveniente del desierto o nubes y son generados por islas del Cabo Verde y por la isla Guadalupe.

Estos vórtices son caracterizados por su intensidad y frecuencia de desprendimiento y fueron extensamente estudiados desde hace casi un siglo (Williamson 1996). Estos vórtices se desarrollan en la naturaleza tanto en las nubes como en los ríos y pueden ser importantes en la vida marina. Se mostró recientemente (Liao et al. 2003) que los peces pueden extraer la energía de estos remolinos para hacer menos esfuerzos posicionándose detrás de rocas u

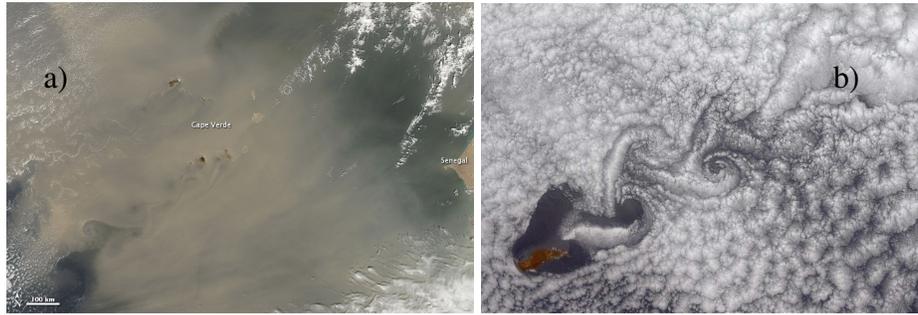


Figura 1.1: Vórtices de von Kármán generados por islas frente a Cabo Verde tomados con imágenes satelitales y trazados por polvo proveniente del desierto (a) (<http://phys.org/news/2012-02-sandy-streets-atlantic.html>) y por la isla Guadalupe trazados por nubes (b) (<http://earthobservatory.nasa.gov/IOTD/view.php?id=987>).

obstáculos en los ríos. En este trabajo de tesis, se propone el estudio de la interacción entre los vórtices de von Kármán y un cuerpo flexible, pasivo, colocado dentro de la calle de remolinos.

Un esquema general de como se va desarrollando la calle de von Kármán se muestra en la figura 1.2. Cuando pasa un flujo de baja velocidad alrededor de un cilindro o bien cuando el diámetro del cilindro es lo suficientemente pequeño, las líneas de corriente (que representan las líneas tangentes a los vectores velocidad en cada punto del fluido) solo rodean el obstáculo y continúan en la dirección del flujo. En la imagen superior de la figura 1.2, se observa como las líneas de corriente contornean el obstáculo y se cierran detrás de él sin causar remolinos. Al aumentar el diámetro del cilindro o a mayores velocidades relativas entre el fluido y el objeto, el fluido comienza a acumularse en la parte corriente arriba del cilindro de tal manera que la presión entre la parte delantera y posterior del cilindro aumente. Ahora, las líneas de corriente ya no alcanzan a cerrarse detrás del cilindro y se crean remolinos (o vórtices) corriente abajo del cilindro. La imagen de en medio de la figura 1.2 muestra el esquema típico para este caso, en el cual se observa un par de vórtices contra-rotativos que permanecen detrás del cilindro. Finalmente, a partir de un segundo umbral en el cual la velocidad o la dimensión del cilindro son aún mayores, los vórtices se desprenden de manera alterna detrás del cilindro, como se muestra en la imagen inferior de la figura 1.2. Estos vórtices son los vórtices de von Kármán (vK).

1.1.2. Frecuencia de desprendimiento de los vórtices y números adimensionales

La frecuencia de desprendimiento de estos vórtices evoluciona en función de la velocidad del flujo. Esta frecuencia depende del diámetro del obstáculo, de la velocidad del flujo y del fluido considerado. Sin embargo, todos los puntos experimentales se sobreponen sobre la

misma curva si se grafica la frecuencia f en función de la velocidad v del fluido en términos de dos números adimensionales. El primero es el número de Reynolds Re que representa la razón entre los términos inerciales y los términos viscosos (Kundu y Cohen, 2002) y se expresa como:

$$Re = \frac{vD}{\nu} \quad (1.1)$$

donde: v es la velocidad del fluido lejos del obstáculo, D una longitud característica (en este caso el diámetro del obstáculo) y ν la viscosidad cinemática del fluido.

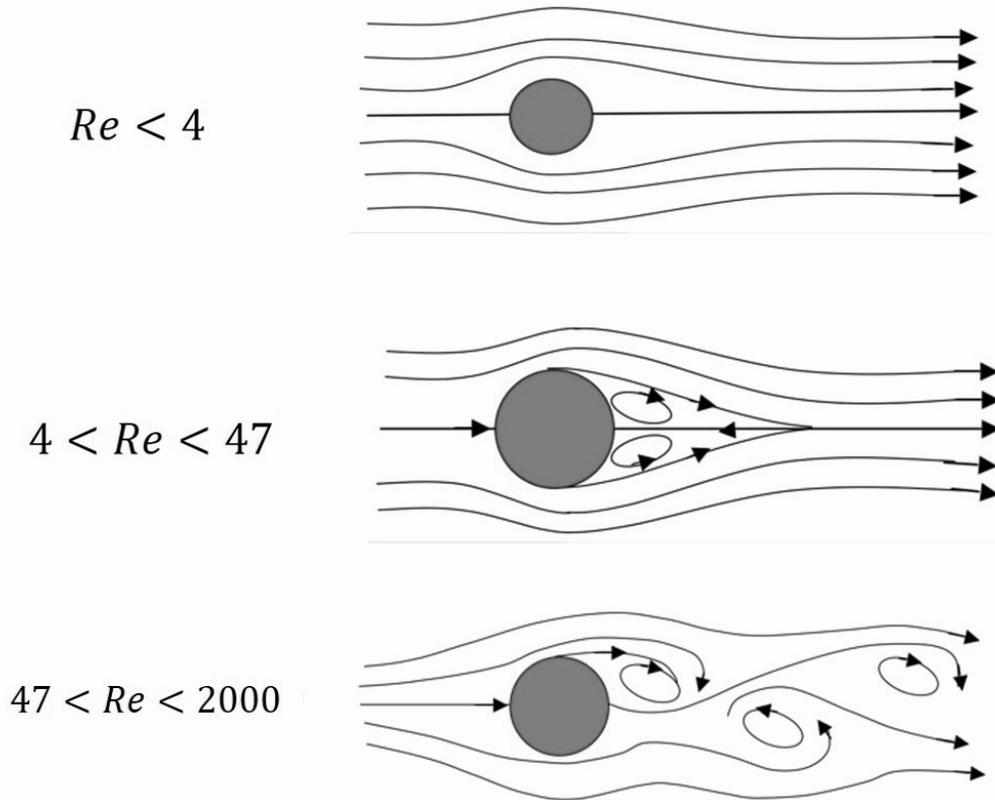


Figura 1.2: Patrones de flujo que pasan alrededor de un cilindro. La imagen de arriba muestra el caso para $Re < 4$, donde el flujo solo rodea el obstáculo. En el centro está el caso donde $4 < Re < 47$ donde el flujo genera dos vórtices detrás del cilindro, pero no se desprenden. La parte inferior es cuando $47 < Re < 2000$, en este caso el número de Re sobrepasa el umbral de desprendimiento de los vórtices.

El segundo número adimensional toma en cuenta la frecuencia de desprendimiento f de los vórtices. El número de Strouhal Sr relaciona la oscilación de un flujo con su velocidad media (Kundu y Cohen, 2002). El número de Strouhal se escribe de la siguiente manera:

$$Sr = \frac{Df}{v} \quad (1.2)$$

donde: v es la velocidad del flujo, D es una longitud característica (en este caso el diámetro del obstáculo) y f la es frecuencia del flujo.

El desprendimiento de los vórtices ocurre para números de Reynolds $Re > 47$. Este valor crítico fue determinado por Mathis et al. (1984), quienes realizaron experimentos de laboratorio en un túnel de viento de circuito abierto con un laser Doppler. Este valor crítico es evaluado para un cilindro de razón L/D tendiendo hacia el infinito, en donde L es la longitud del cilindro, estiman el valor crítico del número de Reynolds Re_c modelando la aparición de la inestabilidad por una bifurcación supercrítica, en donde el número de Reynolds Re es el parámetro de control y v_{y_0} la amplitud de la velocidad transversal en un punto del flujo. Es decir que ajustaron sus puntos experimentales por una ley del tipo:

$$v_{y_0}^2 = \alpha(Re - Re_c) \quad (1.3)$$

Como se verá en la sección 1.1.3, los vórtices de von Kármán están sujetos a inestabilidades tridimensionales a partir de $Re \geq 100$, régimen en el cual el flujo es laminar. Williamson (1988a) mostró que la discontinuidad inexplicada hasta entonces para $Re \geq 100$ es debida a que los vórtices ya no se desprenden paralelamente al eje del cilindro, pero lo hacen de manera oblicua con un cierto ángulo como se muestra en la figura 1.3.

En la figura 1.4 se muestra la línea en el intervalo $64 < Re < 180$ a lo largo de la cual los puntos experimentales están sobrepuestos. Corrigiendo entonces el número de Strouhal por medio del ángulo entre el eje de los vórtices y el eje del cilindro, Williamson (1988a) encontró que todos los datos experimentales se sobreponen sobre una misma curva en el intervalo $47 < Re < 180$ cuya ecuación es aproximadamente igual a:

$$Sr = A/Re + B + CRe, \quad (1.4)$$

donde: $A = -3.3265$, $B = 0.1816$ y $C = 1.6 \times 10^{-4}$. Con esta corrección, los puntos experimentales se superponen a lo largo de esta misma curva como se muestra en la figura 1.4.

El trabajo de Fey et al. (1998) concierne a un intervalo mucho más amplio del número de Reynolds $Re = [47; 2 \times 10^5]$ y descomponen este intervalo en varios regímenes como se muestra en la figura 1.5 ajustando los puntos experimentales según una ley del tipo:

$$Sr(Re) = Sr^* + \frac{m}{\sqrt{Re}} \quad (1.5)$$

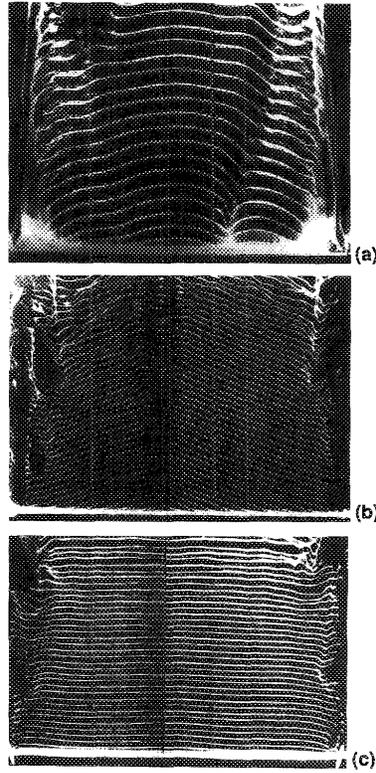


Figura 1.3: Vista lateral del desprendimiento de los vórtices, el flujo va de la parte inferior a la parte superior. Desprendimiento oblicuo para $Re = 60$ (a), $Re = 85$ (b) y desprendimiento paralelo para $Re = 110$ forzado por medio de un ángulo al final del obstáculo (tomada de Williamson, 1988a).

en la cual los coeficientes m y Sr^* toman valores diferentes en función del intervalo considerado. Para el intervalo $47 \leq Re \leq 180$, Fey et al. (1998) dan los valores $m = -1.0356$ y $Sr^* = 0.2684$ de tal manera que:

$$Sr(Re) = 0.2684 - \frac{1.0356}{\sqrt{Re}} \quad (1.6)$$

En el presente trabajo se evitará las zonas de discontinuidad por lo cual se utilizarán números de Reynolds menores a 180.

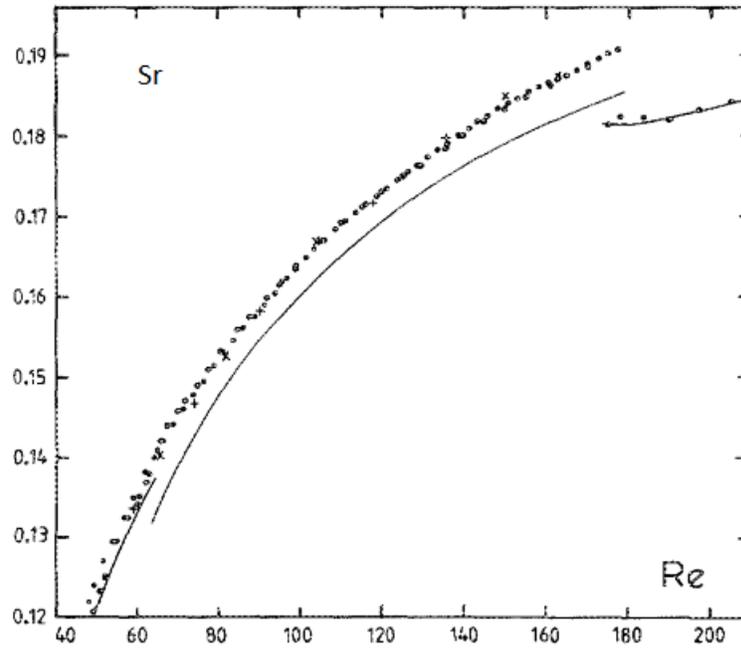


Figura 1.4: Relación Re vs Sr , donde la línea continua es la curva original para $Sr - Re$ y los puntos son los datos obtenidos experimentalmente por Williamson (1988a) y corregidos por el ángulo de desprendimiento de los vórtices.

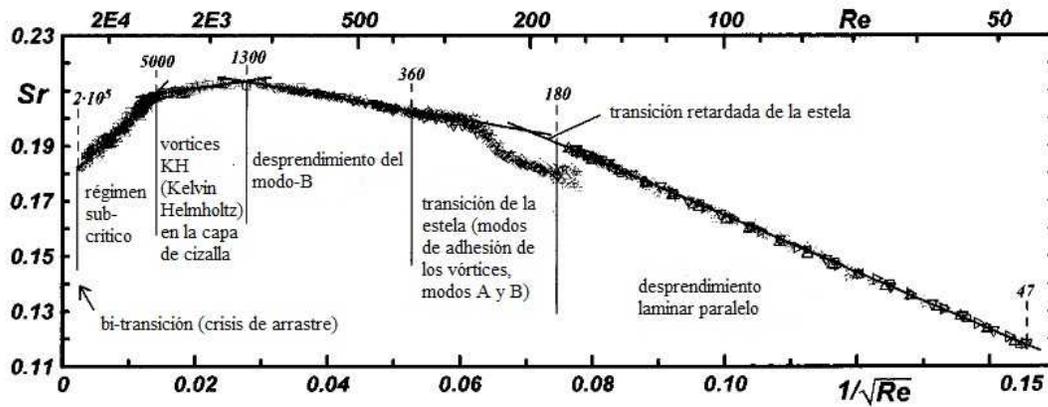


Figura 1.5: Relación Re vs Sr para $47 \leq Re \leq 5000$ (adaptada de Fey et al., 1998).

1.1.3. Inestabilidades tridimensionales para $Re < 200$

Como se vio en la sección 1.1.2, una inestabilidad tridimensional se puede desarrollar a partir de $Re = 60$ en función de las condiciones experimentales. Williamson (1988a) mostró que la discrepancia entre diferentes estudios experimentales y las curvas dadas por las ecuaciones 1.4 y 1.5 no proviene de las características del flujo como lo propusieron diferentes autores en los años 60 y 70 (Berger, 1964; Gaster, 1971), pero sí de las condiciones

límites en el cilindro. Williamson (1988a) visualizó lateralmente los vórtices que se desprenden de un cilindro y el eje de estos no se queda paralelo al eje del cilindro (ver figura 1.3). Bajo ciertas condiciones, el eje de los vórtices puede tener un ángulo θ no nulo respecto al eje del cilindro: es el desprendimiento oblicuo. Corrigiendo el número de Strouhal tomando en cuenta el ángulo θ , Williamson (1988a) muestra que la curva $Sr = Sr(Re)$ ya no presenta ninguna discontinuidad y los puntos experimentales se ajustan según la ecuación 1.4.

Experimentalmente, el desprendimiento oblicuo puede ser evitado según diferentes métodos. El primer método consistió en evitar las perturbaciones generadas en las regiones extremas del cilindro. Esto fue logrado por Eisenlohr y Eckelman (1989) colocando discos unidos al cilindro principal cerca del fondo y de la superficie.

Hammache y Gharib (1989) realizaron pruebas colocando cilindros secundarios cierta distancia antes del obstáculo y de forma perpendicular a éste: un cilindro cerca del fondo y otro cerca de la superficie. Los autores logran observar una disminución en el ángulo de inclinación del desprendimiento de los vórtices, sin embargo no logran que éste se anule completamente. Después, Hammache y Gharib (1991) observaron que si los cilindros secundarios se ponen a la misma distancia respecto al cilindro principal, logran obtener un desprendimiento paralelo de los vórtices. Estos autores explican que al realizar este proceso, la presión dentro del fluido se homogeneiza a lo largo del cilindro y se genera un desprendimiento paralelo de los remolinos.

Finalmente, Miller y Williamson (1994) utilizan una técnica diferente para evitar los efectos tridimensionales presentados en los vórtices de von Kármán en el rango $60 < Re < 180$. Utilizan bombas de succión colocadas flujo abajo del cilindro cerca de las paredes del canal de agua o del túnel de viento, generando así un aumento en la velocidad del fluido cerca de las capas límites y permitiendo tener un desprendimiento paralelo hasta $Re = 205$.

Cabe mencionar que una inestabilidad diferente al desprendimiento oblicuo ocurre a $Re = 180$. Esta inestabilidad fue descrita en el trabajo experimental de Williamson (1988b) y reproducida numéricamente por Zhang et al. (1995). Esta inestabilidad se desarrolla bajo la forma de dislocaciones en los vórtices, zonas localizadas a lo largo del eje del obstáculo en donde los vórtices parecen no desprenderse, como si éstos se adhirieran al obstáculo. Por esta razón, Zhang et al. (1995) llaman esta inestabilidad “modo de adhesión de los vórtices”. Estos autores comentan que esta inestabilidad debe de aparecer de manera abrupta en los experimentos de laboratorio pues los puntos de adhesión empiezan a aparecer en los extremos del cilindro. Adicionalmente a esta inestabilidad y para el mismo rango de número del Reynolds, otros modos de inestabilidad aparecen a lo largo del obstáculo bajo la forma de oscilaciones de 1, 2 o 4 veces el diámetro del cilindro en la dirección axial.

Otro factor que modifica la curva de $Sr - Re$ es un “factor de bloqueo” β relacionado a la razón D/H_c , donde H_c es el ancho del canal. Camarri y Giannetti (2007) y Sahin y Owens (2004), realizaron un estudio experimental sobre los vórtices de von Kármán confinados en

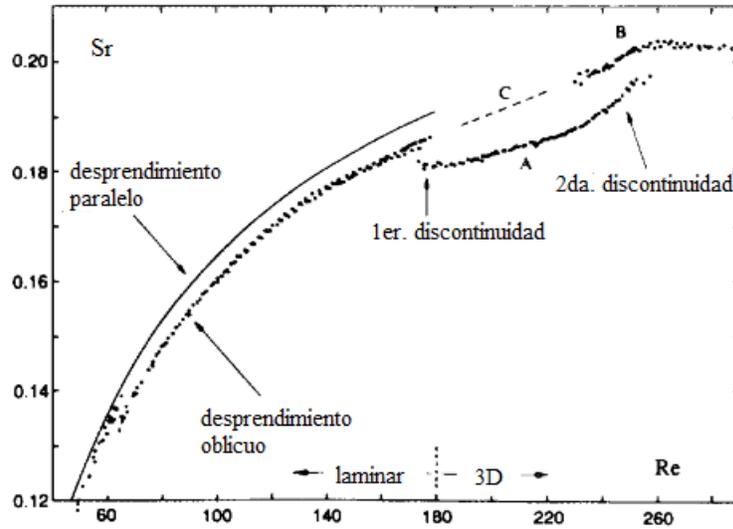


Figura 1.6: Relación Reynolds-Strouhal para tres diferentes cilindros donde Williamson (1988b) muestra las discontinuidades debidas a las estructuras tridimensionales.

un canal. Estos autores indican que hay un retraso en el umbral del número de Reynolds para el desprendimiento de los vórtices en un porcentaje proporcional a la relación β del diámetro del cilindro y el ancho del canal.

Esto causa que la curva teórica sea desplazada a la izquierda disminuyendo el número de Reynolds en esta proporción. Entonces es necesario corregir los valores del número de Reynolds, por ejemplo para el caso de un cilindro de $D = 1.25 \text{ cm}$, y un canal de ancho $H_c = 10 \text{ cm}$ en donde ya son afectados los vórtices por las paredes, según:

$$Re_{corr} = Re(1 - \beta). \quad (1.7)$$

Entonces en este caso, $\beta = \frac{1.25 \text{ cm}}{10 \text{ cm}}$.

1.1.4. Intensidad de los vórtices

Los vórtices de von Kármán tienen diferentes características espaciales, temporales y dinámicas dependiendo del obstáculo utilizado. Como en este trabajo de tesis se utilizan los estudios anteriores para caracterizar la calle de von Kármán, se elige trabajar con un obstáculo cilíndrico ya que los trabajos con este tipo de geometría son numerosos. Ya se definió la velocidad del fluido (lejos del obstáculo) como v . Ahora la velocidad de propagación de los vórtices en el fluido es u_v . La longitud de onda λ del desprendimiento los vórtices viene dada por $\lambda = u_v/f$, en donde f es la frecuencia de desprendimiento de los vórtices. Ahora si b es el espaciamiento transversal entre los vórtices como se muestra en la figura 1.7, von Kármán

mostró que la calle es más estable respecto a perturbaciones del primer orden si $b/\lambda = 0.281$ (Bearman, 1967).

En lo que concierne a la intensidad de los vórtices, la cantidad medida experimentalmente es la velocidad transversal del flujo v_y en el seno de los vórtices. Como ya se explicó anteriormente, Mathis et al. (1984) demostraron que la amplitud v_{y0} de la velocidad transversal oscilatoria verifica una ley como en la ecuación 1.3 al umbral de la inestabilidad. Wesfreid et al. (1996) muestran que esta relación es válida para un rango más extenso del número de Reynolds. Green y Gerrard (1993) caracterizaron la vorticidad de la calle de von Kármán justo detrás de un cilindro determinando la circulación Γ de los vórtices. Recordando que la circulación de un remolino se define como:

$$\Gamma = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{l} \quad (1.8)$$

donde C es un contorno cerrado y $d\vec{l}$ un diferencial de línea sobre C .

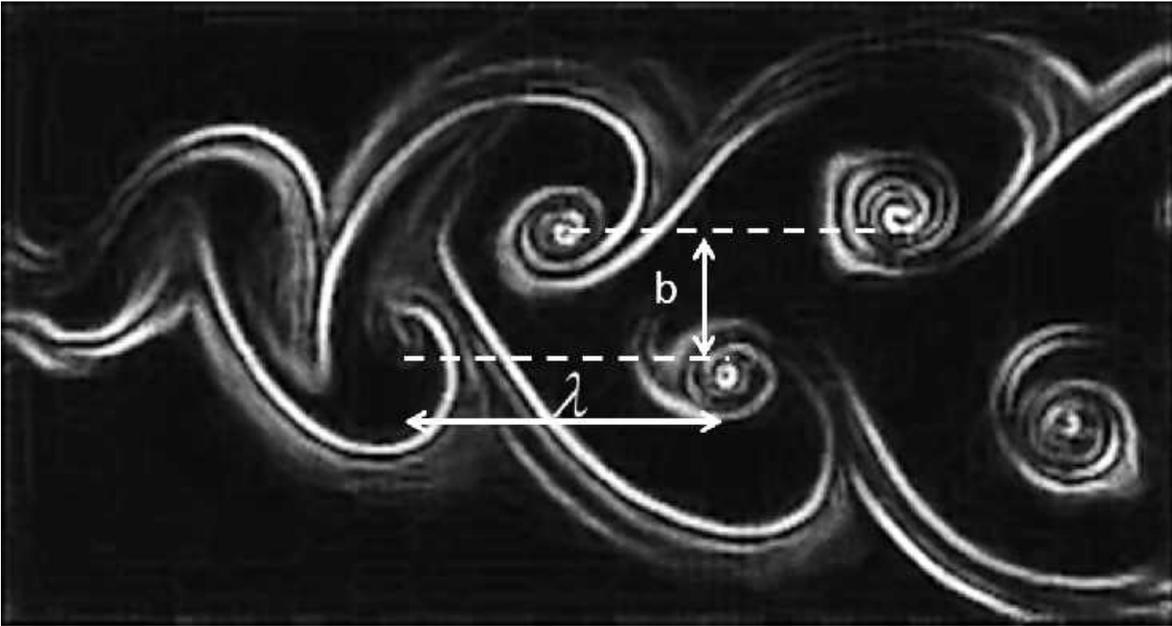


Figura 1.7: Foto de la calle de los vórtices de von Kármán donde se indican la longitud de onda (λ) de los vórtices de von Kármán y el espaciamento transversal (b) entre las líneas de los vórtices.

Estos autores presentan sus resultados así como resultados anteriores y encuentran que en el rango $Re = [55; 300]$,

$$\Gamma = [0.5; 1.5]\pi v D. \quad (1.9)$$

La evolución de la calle de von Kármán detrás de un obstáculo fue realizado por Goujon-Durand et al. (1994). Estos autores determinaron que los vórtices alcanzan una vorticidad

máxima a una distancia x_{max} que decrece de $x_{max} = 10D$ a $4.5D$ cuando el número de Reynolds pasa de $Re = 1.10 Re_c$ a $1.60 Re_c$ aproximadamente (donde Re_c el valor crítico de formación de los vórtices).

Por otra parte, Green y Gerrard (1993) encontraron que en el rango $Re = [60; 220]$, la región de formación de los vórtices antes de que se desprendan es menor a $3D$, en donde D es el diámetro del obstáculo.

1.2. Inestabilidad Aeroelástica

La inestabilidad aeroelástica es el origen de la fluctuación espontánea de una placa inmersa en un flujo de aire, como una bandera que fluctúa en el viento. Es importante describir esta inestabilidad para cuantificar cual es el efecto real de los vórtices sobre la placa flexible, ya que ésta podría oscilar sin la presencia de los vórtices en un flujo con una velocidad suficiente. En esta sección se describirán la ecuación de movimiento y números adimensionales de la inestabilidad aeroelástica, así como trabajos anteriores sobre este tema.

1.2.1. Ecuación de movimiento y números adimensionales.

Se considera una placa flexible inmersa en un flujo de velocidad v como se muestra en la figura 1.8. La placa elástica tiene una longitud L y ancho H . Su módulo de Young es E y su masa por unidad de área es m_s . Hodges y Pierce (2002) muestran que en las ecuaciones de movimiento de un cuerpo elástico, aparece el segundo momento de inercia I definido para un paralelepípedo de grosor e y ancho H :

$$I = He^3/12. \quad (1.10)$$

Se define entonces el momento de rigidez en flexión B como:

$$B = \frac{EI}{H(1 - \nu^2)} \quad (1.11)$$

en donde ν es el coeficiente de Poisson. Como las unidades de E son $Pa = N/m^2$, I es en m^4 y H en m , B tiene como unidades $N.m$.

Ahora se denota x como la coordenada longitudinal de la hoja (en la misma dirección que el flujo), $h(x, t)$ la deflexión transversal de la placa en un punto x y al instante t . Se supone que la deflexión de la placa es la misma en la dirección z (a lo largo de su altura). De acuerdo Eloy et al. (2007), la ecuación de movimiento de la placa se escribe entonces como:

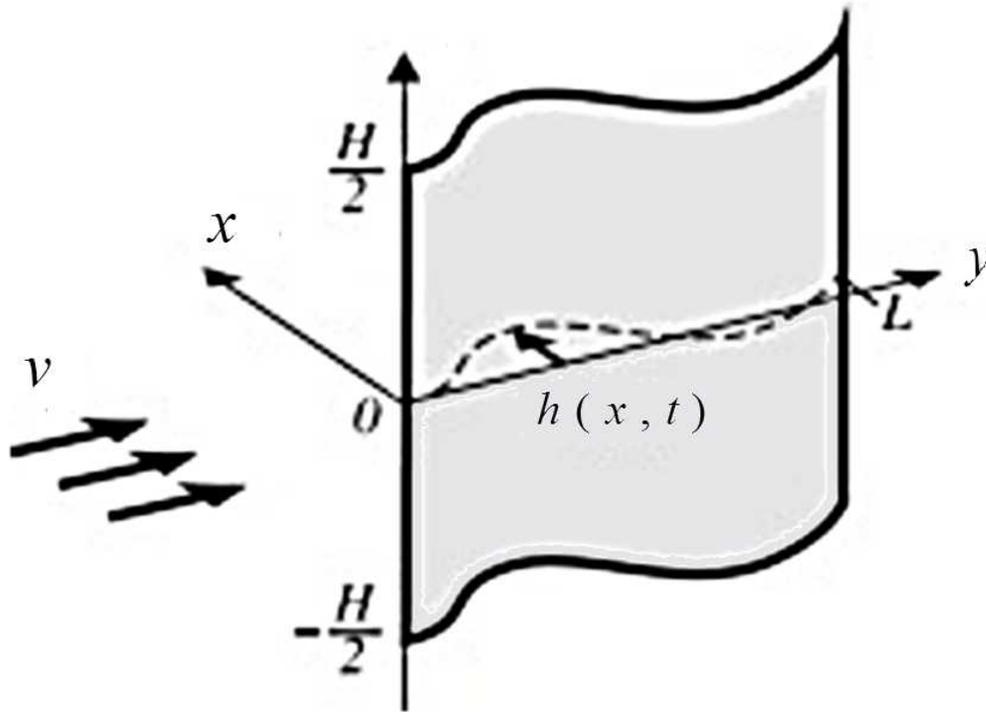


Figura 1.8: Esquema de una placa flexible fluctuando en un flujo de dirección v (adaptación de Eloy et al., 2007).

$$m_s \frac{\partial^2 h(x, t)}{\partial t^2} + B \frac{\partial^4 h(x, t)}{\partial x^4} = \langle \Delta P \rangle_z. \quad (1.12)$$

El término de la derecha $\langle \Delta P \rangle_z$ representa la diferencia de presión entre ambas caras de la placa debida al flujo y a la oscilación de la placa, promediada en la dirección vertical z . Esta ecuación tiene soluciones analíticas sí el término $\langle \Delta P \rangle_z = 0$, es decir que la placa no está inmersa en un flujo. Estas soluciones son del tipo:

$$h(x, t) = \psi(x)\Theta(t). \quad (1.13)$$

Sí además la placa es encastrada (es decir fija o sujeta) por un extremo y libre por el otro (Hodges y Pierce, 2002), las frecuencias naturales de la placa ocurren a las frecuencias:

$$f_i = \frac{C_i^2}{2\pi} \sqrt{\frac{B}{m_s L^4}} \quad (1.14)$$

en donde $C_{i, \{i=1; 2; 3\}} = \{1.87510; 4.69409; 7.85476\}$ son constantes calculadas a partir de las condiciones de frontera. Los modos espaciales correspondientes se muestran en la figura 1.9.

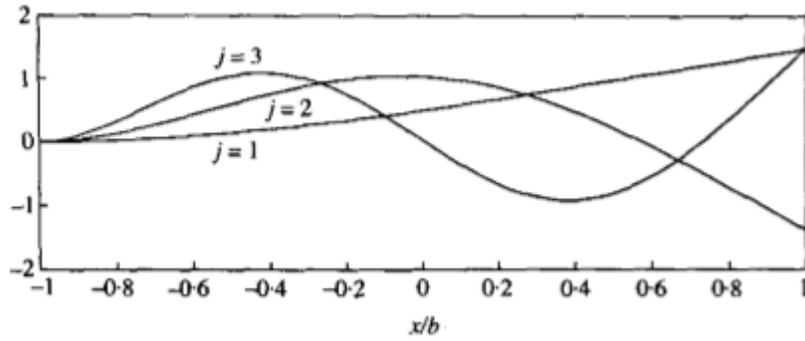


Figura 1.9: Primeros tres modos de oscilación en el vacío. Tomada de Huang 1995.

Es importante mencionar que al vibrar dentro de otro fluido como el aire o el agua, la placa tiene que desplazar cierta cantidad de masa de este fluido. Entonces las frecuencias propias pueden ser considerablemente modificadas si el fluido fuera de diferente densidad: en este caso las frecuencias propias son menores. Según Hodges y Pierce (2002), la forma analítica de las frecuencias propias es la misma, solamente que la masa de la placa se ve incrementada por un término igual a la masa del fluido alrededor, contenido en un cilindro de radio $H/2$ a lo largo de la placa. Así, en la ecuación 1.14, hay que sustituir m_s por m'_s dado por:

$$m'_s = m_s + \rho_f \frac{\pi H}{4} \quad (1.15)$$

donde ρ_f es la densidad del fluido en el cual está inmersa la placa flexible.

Ahora, la inestabilidad aeroelástica proviene de una interacción entre el flujo y el cuerpo flexible. La resolución de la ecuación 1.12 se vuelve muy compleja por causa del término de la presión. Básicamente, para velocidades menores a la del umbral, solo ocurre una ligera fluctuación en la dirección transversal de la placa que es amortiguada y la placa regresa a su posición de equilibrio. Sin embargo, arriba del umbral de velocidad, una diferencia de presión entre las dos caras de la placa se amplifica y vence la rigidez del cuerpo elástico. Este umbral está en función de M^* y H^* y de la evolución U^* en función de estos parámetros como se muestra en la figura 1.10, donde el umbral de velocidad se obtiene de la ecuación 1.16. Al estar sobre el umbral de velocidad la placa se pone a oscilar espontáneamente. En esta inestabilidad, la diferencia de presión entre ambas caras juega el papel del factor desestabilizador mientras que la rigidez de la placa actúa como un estabilizador. El umbral depende de tres números adimensionales. El primero puede ser considerado como una velocidad adimensional:

$$U^* = Lv \sqrt{m_s/D}. \quad (1.16)$$

El segundo es la razón de la masa entre el fluido y el cuerpo flexible:

$$M^* = \frac{\rho L}{m_s}, \quad (1.17)$$

donde ρ es la densidad del fluido, y la razón de aspecto de la placa es:

$$H^* = H/L. \quad (1.18)$$

En la sección siguiente, se describen algunos trabajos sobre la inestabilidad aeroelástica y que trataron de evaluar el umbral de la inestabilidad así como la frecuencia de oscilación de la placa.

1.2.2. Trabajos anteriores

Kornecki et al. (1976) fueron entre los primeros autores quienes estudiaron la inestabilidad aeroelástica en flujos subsónicos, estudiaron teóricamente la oscilación de una placa elástica bajo diferentes condiciones límites: cuando la placa es sujeta de los dos extremos y para una placa fija-libre. Ellos utilizan un modelo bi-dimensional (es decir, consideran $H^* \rightarrow \infty$, $H \rightarrow \infty$ y un flujo que no depende de z) y resuelven la ecuación 1.12 estimando el término en presión por la ecuación de Bernoulli no estacionaria. Experimentalmente, la placa es sometida a un flujo que pasa por su cara superior. Los resultados mostraron que lo largo de la cavidad no tiene influencia sobre la fluctuación de la placa, indicando que el efecto significativo en este proceso es el flujo de aire. También observaron que la velocidad crítica arriba de la cual la placa pierde estabilidad es mayor que la del umbral determinado teóricamente.

Huang (1995) utilizó simulaciones numéricas con el propósito de entender la vibración del paladar durante los ronquidos, realizando simulaciones directas en las cuales genera un proceso de predicción-corrección después de que se aplicó una perturbación al sistema inicial. De esta forma, por primera vez, se toma en cuenta la posición de la placa flexible para predecir la cinemática del flujo. Por otra parte, este método permitió visualizar el régimen transitorio de la inestabilidad con el crecimiento exponencial (o no) de la perturbación. Igual que en el caso de autores anteriores, el modelo consistió en una placa flexible empotrada en uno de sus extremos y libre el otro. También realizó experimentos con diferentes longitudes de la placa y confirma que para longitudes cortas la región de estabilidad es más extensa que para longitudes grandes. Este autor concluye que es eficiente recortar el paladar para eliminar los ronquidos.

Yadykin et al. (2001) tomaron en cuenta los efectos no lineales geométricos, elásticos y aerodinámicos para placas con una razón de aspecto $H^* \rightarrow 0$. Estos autores consideran un flujo bidimensional y resuelven el problema por el método de Galerkin. Este método consiste en resolver ecuaciones diferenciales por medio de elementos finitos, calculando la solución como una combinación lineal de una base, cuyo residuo de la ecuación sea igual a cero. La resolución del problema muestra que las velocidades críticas para los diferentes modos de oscilación son menores para el caso no lineal comparadas con el caso lineal. Estos autores caracterizan la oscilación de la placa en su umbral, y observan que después de un primer salto abrupto en los parámetros de oscilación de la placa, ésta sigue oscilando de manera

regular y es sujeta a ondas estacionarias.

Otra aparición de la inestabilidad aeroelástica ocurre en la industria de la impresión; por esta razón Watanabe et al. (2002a) realizaron experimentos con placas flexibles de diferentes materiales dentro de un túnel de viento. Estos autores presentan sus resultados juntos con los resultados de otros autores según los números adimensionales descritos por las ecuaciones 1.16 y 1.17 y muestran que los puntos experimentales se ajustan a lo largo de la misma curva. Además, muestran que pueden tomar en cuenta la tensión de la placa (que depende de la velocidad del flujo). Por otra parte, observan una histéresis en el umbral de la inestabilidad en función de si la velocidad del aire crece o decrece.

Simultáneamente Watanabe et al. (2002b) realizaron un estudio numérico para comprobar las observaciones experimentales. Sus resultados mostraron concordancia con los experimentos, aunque las curvas teóricas están ligeramente por debajo de las mediciones experimentales. Encuentran además una relación entre la razón de aspecto de la masa M^* y los modos espaciales de la placa al umbral de la inestabilidad: el modo 2 se desestabiliza en el intervalo $M^* = [0.6; 10]$, el modo 3 en el intervalo $M^* = [0.13; 0.6]$ y el modo 4 cuando $M^* = [0.03; 0.13]$.

Eloy et al. (2007) realizaron un estudio teórico considerando por primera vez la razón de aspecto de la placa (ecuación 1.18). Los modos espaciales de la placa son bidimensionales pero el flujo alrededor es tridimensional. Los autores utilizaron el método de Galerkin y resolvieron la ecuación de movimiento en su forma adimensional. Consideran que la fuerza de amortiguamiento viscoelástico de la placa y la tensión hacen que las capas límites de la placa sean despreciables. Las soluciones muestran que para valores grandes del número de onda, el perfil de presión a lo largo de la placa es constante excepto cerca de sus extremos. El resultado importante de este estudio es que al tomar en cuenta el ancho finito de la placa, el umbral teórico de inestabilidad se desplaza hacia valores mayores de U^* y muestra una mejor concordancia con los resultados experimentales.

Eloy et al. (2012) estudiaron la existencia de histéresis en el umbral de la inestabilidad aeroelástica. El modelo teórico débilmente no lineal mostró que, al tomar en cuenta un valor finito para H^* , puede existir una ligera histéresis. Los experimentos no fueron tan claros: los autores mencionaron la curvatura inevitable de las placas en los experimentos. Sin embargo, encontraron que, en el caso general, al disminuir la velocidad, el umbral ocurre a una velocidad crítica menor que cuando se va incrementando la velocidad desde el reposo de la placa. La figura 1.10 muestra la evolución del umbral U^* tal como lo calcularon Eloy et al. (2012), en función de la razón de aspecto H^* (a la izquierda) y de la masa reducida M^* (a la derecha).

Cabe mencionar por fin el estudio de Shelley et al. (2005) que estudió la oscilación espontánea de una placa flexible inmersa en un flujo de agua. Pegaron laminas de metal verticales para observar la oscilación de la placa dentro del agua debido a que era transparente, además de poder aumentar la inercia de la placa. Considerando que la densidad del fluido

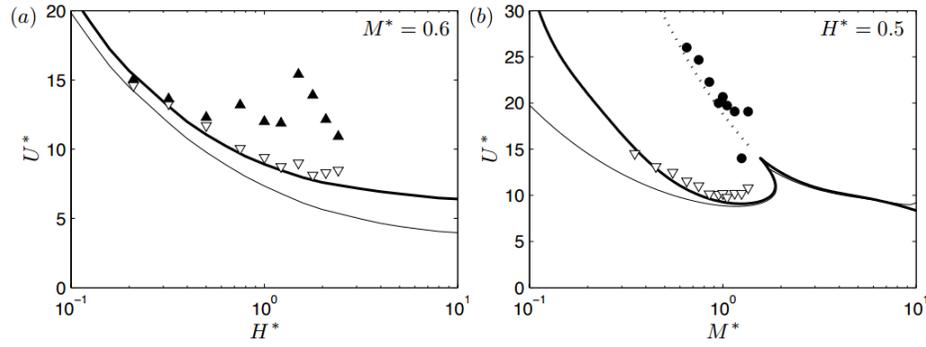


Figura 1.10: Umbrales de estabilidad como función de H^* para un valor fijo de $M^* = 0.6$ (a) y en función de M^* con un valor fijo de $H^* = 0.5$, donde $H^* = H/L$ (b) (Tomada de Eloy et al., 2012).

alrededor de la placa era mucho mayor que la densidad de la placa. Esto provocó que la placa oscilara a una velocidad mucho mayor que la predicha por la teoría, lo cual fue mostrado al comparar el umbral de oscilación teórico y experimental. Los autores mencionaron que la gravedad tiene un papel que no es despreciable en este experimento, a pesar de que la flotabilidad de la placa respecto a la densidad del fluido era mayor, lo que podría causar la estabilización de la placa en los experimentos.

1.3. Interacción entre los vórtices de von Kármán y un cuerpo flexible afilado inmerso en ellos

En esta sección se describen los trabajos previos que trataron de la interacción de los vórtices de von Kármán con cuerpos flexibles afilados inmersos dentro de ellos. En la sección 1.3.1, se presentan trabajos realizados con peces. En la sección 1.3.2, se muestran los dos trabajos realizados con placas flexibles; el primero experimental y el segundo teórico. Después se describirá detalladamente el trabajo teórico de Alben (2010), ya que se compararan los resultados experimentales de este trabajo con los de Alben (2010).

1.3.1. Interés en el estudio en la locomoción de los peces

El interés por conocer la causa por la cual los peces nadan en zonas donde se forman vórtices en los ríos o en corrientes oceánicas, ha llevado a la realización de estudios donde interactúa un pez con remolinos.

Liao et al. (2003) estudiaron el comportamiento de una trucha arcoiris al nadar dentro de la calle de von Kármán generada por cilindros de diferentes diámetros en flujos de diferentes intensidades. Los autores observaron que la trucha solo cambia su nado al interactuar con los vórtices presentes en el medio. Realizaron mediciones de como cambia la locomoción y

amplitud de nado del pez en función del diámetro del cilindro y la velocidad del flujo. Los patrones de locomoción en función de la posición del obstáculo se pueden observar en la figura 1.11. Al nadar detrás del obstáculo, el pez se sincroniza con los vórtices y tiene una frecuencia cercana a la de los vórtices. Además, el pez modifica su longitud de onda al nadar, como se observa en la figura 1.12. Otra característica observada es que el pez, al nadar dentro de los vórtices, consume menos energía para avanzar.

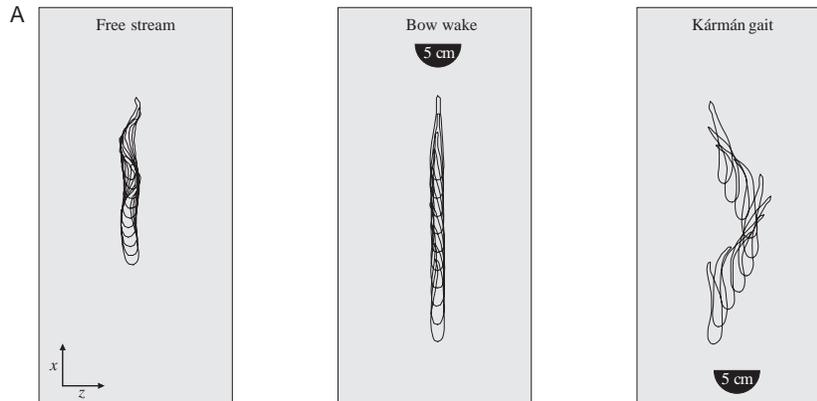


Figura 1.11: Superposición del cuerpo del pez al nadar en los tres experimentos realizados: a la izquierda sin obstáculo, en el centro con el obstáculo corriente abajo y a la derecha con el cilindro corriente arriba (Tomada de Liao et al., 2003).

Después de estos estudios con peces vivos, el mismo equipo de trabajo (Beal et al., 2006) realizaron un estudio con un pez muerto. Estos autores muestran que una trucha recientemente muerta, puede avanzar flujo arriba dentro de la calle de von Kármán, aún estando fuera de la región de succión que es generada justo detrás del obstáculo. La figura 1.13 muestra como la trucha va a contracorriente gracias a los vórtices. Para tener vórtices más intensos, estos autores generaron la calle con un cilindro de sección transversal en forma de D. Estos autores realizaron también un experimento con una aleta pasiva inmersa en los vórtices y concluyeron que efectivamente, un cuerpo puede extraer la energía suficiente de los vórtices de von Kármán para vencer su propio arrastre y desplazarse flujo arriba.

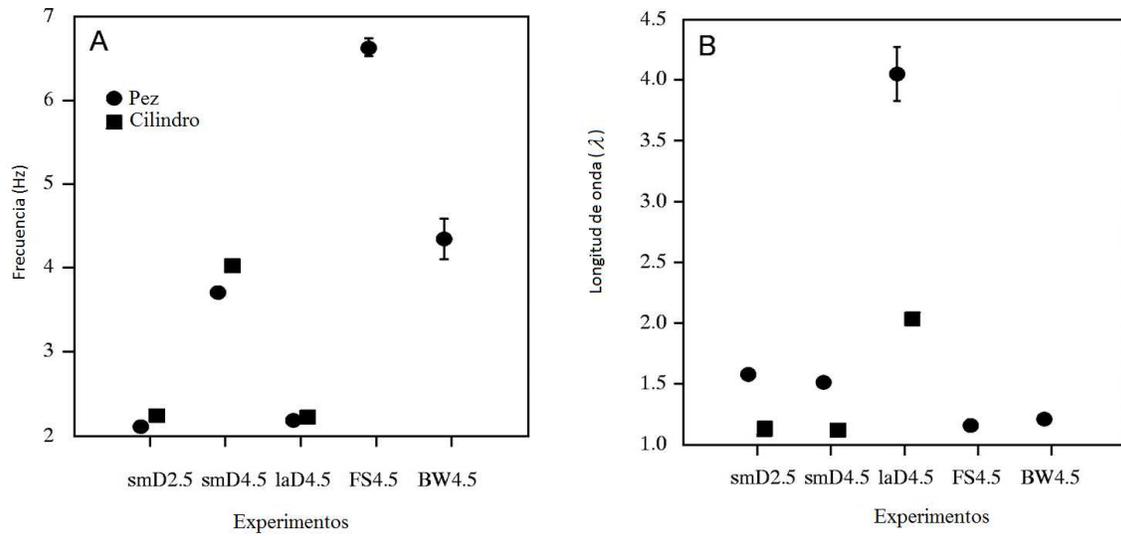


Figura 1.12: Frecuencia (izquierda) y longitud de onda (derecha) del nado de un pez (●) y del desprendimiento de los vórtices (■). En la abscisa, los tres primeros puntos representan diferentes obstáculos, el cuarto corresponde al nado de los peces sin obstáculo y el quinto cuando el pez nada corriente arriba del obstáculo (Tomada de Liao et al., 2003).

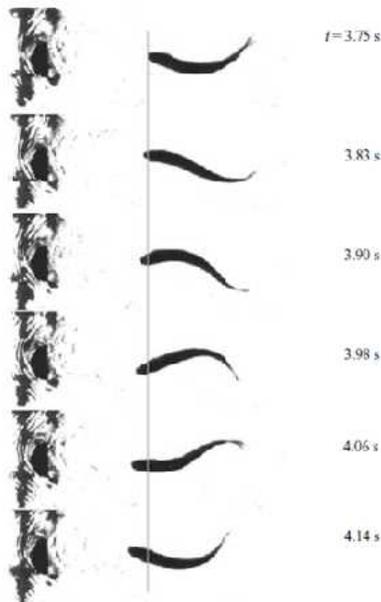


Figura 1.13: Posición de pez muerto en el tiempo detrás de la estela de von Kármán (Tomada de Beal et al., 2006).

1.3.2. Placas flexibles inmersas en la calle de von Kármán

Allen y Smits (2001) colocaron placas flexibles pizoeléctricas en los vórtices de von Kármán generados por obstáculos planos transversales al flujo para $Re = [5 \times 10^3; 4 \times 10^4]$. El propósito de estos autores fue generar energía a partir de estas placas piezoeléctricas. Se utilizaron placas del orden de 40 *cm* y visualizaron el flujo por medio de tintas. Los vórtices de von Kármán para este rango del número de Re son turbulentos, pero al encontrarse en presencia de la placa los vórtices son más definidos. A medida que aumenta el número de Reynolds disminuye la longitud de onda y aumenta la amplitud de la oscilación, mientras esto ocurre, también hay una tendencia de la frecuencia de oscilación de la placa a acoplarse al flujo. Finalmente la placa oscila de manera sincronizada con el paso de los vórtices, además que tiene una amplitud de oscilación similar al ancho de la estela de los remolinos.

El segundo trabajo fue realizado recientemente y es teórico. Alben (2010) planteó las ecuaciones teóricas describiendo las oscilaciones de una placa flexible, pasiva y activa, inmersa dentro de la calle de von Kármán. La placa pasiva es encastrada en su borde de ataque, mientras que la placa activa es sometida en su borde de ataque a oscilaciones angulares y/o transversales. En este trabajo de tesis se trabajará únicamente con una placa pasiva, así que solamente se detallará a continuación este caso. Dos números adimensionales son dados por:

$$R_1 = \frac{m_s}{\rho L'}; \quad R_2 = \frac{B}{\rho u^2 L'^3} \frac{\lambda}{L'^2} \quad (1.19)$$

donde $L' = L/2$ es la mitad de la longitud de la placa, m_s es la masa de la placa por unidad de superficie, ρ es la densidad del fluido, λ es la longitud de onda de los vórtices, u_v la velocidad de traslación de los vórtices que depende de la circulación Γ de los vórtices. Según Saffman (1992):

$$u_v = U + \frac{\Gamma}{2\lambda} \tanh \frac{\pi b}{\lambda}, \quad (1.20)$$

donde b es el espaciado transversal entre las dos líneas de vórtices como se define en la figura 1.7. La circulación $\Gamma > 0$ si la calle de vórtices es la calle de von Kármán, mientras que $\Gamma < 0$ si los vórtices son invertidos. Se define la frecuencia angular de los vórtices como:

$$\omega = \frac{2u}{\pi\lambda} = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.21)$$

Se adimensionan entonces las longitudes respecto a L' y los tiempos por T , el periodo de los vórtices. El problema a resolver es la determinación de la deflexión transversal $h(x, t)$ de la placa. La ecuación se escribe como:

$$R_1 \partial_{tt} h(x, t) = -R_2 \partial_{xxxx} h(x, t) - [p] \quad (1.22)$$

donde $[p]$ es la presión de la calle de vórtices calculada en presencia de la placa inmóvil en el flujo. Por consecuencia, este problema corresponde a un problema linealizado: despreciando la presión generada por la oscilación de la placa en el flujo.

Alben (2010) considera una solución del tipo:

$$h(x, t) = H_f(x)e^{i2\pi t}, \quad (1.23)$$

es decir que la placa oscilará con la misma frecuencia temporal que los vórtices. Ahora, Alben (2010) descompone la deflexión $H_f(x)$ en varios términos $H_f = H_h + H_1 + H_2$ en donde:

- H_h es la deflexión del cuerpo forzado o bien encastrado en su borde de ataque en un flujo homogéneo. Este problema fue resuelto por Alben (2008).
- H_1 corresponde a la solución de un cuerpo flexible pasivo encastrado en su borde de ataque y forzado únicamente por la calle de von Kármán.
- H_2 es la solución a la ecuación 1.22 considerando $[p] = 0$; es decir que no hay flujo alrededor de la placa y se considera únicamente el efecto de un forzamiento periódico en el borde de ataque de la placa.

Un código apoyándose sobre los trabajos de Alben (2008 y 2010) fue escrito por el Dr. Stefan Llewellyn Smith de la Universidad de California San Diego (UCSD). Los parámetros de entrada y de salida son descritos en la sección 4.2.

Capítulo 2

Sistema experimental y metodología

En este capítulo se describen los equipos y materiales utilizados así como la metodología experimental que se siguió. En la sección 2.1, se detallan las características del canal de agua y sus curvas de calibración. Se explican como se generó la calle de von Kármán en la sección 2.2. En la sección 2.3, se dan las características de la placa flexible y se describen en la sección 2.4 como la placa fue colocada dentro de la calle de vórtices. En la sección 2.5, se enumeran las diferentes herramientas que se emplearon para procesar las imágenes.

2.1. Canal de agua

2.1.1. Características Generales

El experimento es realizado dentro de un canal de agua, donde el sistema completo de circulación tiene una longitud total de 3 *m* y una altura de 1.7 *m*. Una foto del canal se muestra en la figura 2.1. El flujo del canal de agua se manipula utilizando un controlador de frecuencias y un potenciómetro, que permite modificar la potencia de la bomba. De esta manera, el flujo alcanza velocidades desde 0.8 *cm/s* hasta 1 *m/s*. La bomba es de tipo centrífuga, trifásica. La bomba es indicada por la letra *A* abajo a la izquierda en la figura 2.1. Ésta genera un flujo que asciende por un tubo de PVC vertical y llega a un divergente (*B*). Atraviesa un panel de abeja que permite laminarizar el flujo y romper eventuales remolinos que se pudieran formar dentro del flujo. Después del panel de abeja, un convergente (*C*) permite generar un flujo más homogéneo. El flujo llega entonces a la sección de prueba (*D*). La sección de pruebas es una región paralelepípedica en acrílico, que permite visualizar el flujo al interior del canal. Esta sección tiene una longitud de 1.00 ± 0.01 *m* y un área transversal de 0.10×0.10 *m*². A la salida de la sección de pruebas se encuentra un medidor de gasto (o “flujómetro”, *E*). Este flujómetro es colocado sobre una porción de tubo de diámetro más pequeño: 2 pulgadas (5.08 *cm*) en vez de 4 pulgadas (10.16 *cm*) como es para el resto del canal. Por último, la tubería continua hacia la bomba de agua para realizar la recirculación del flujo.

El canal de agua tenía inicialmente un rango de velocidades de 3 cm/s hasta 2 m/s . Sin embargo estas velocidades exceden a las requeridas en el experimento, por lo cual se realizó una modificación en la estructura del canal. Se agregó un “by-pass” (F) que permite desviar parte del fluido antes de entrar al circuito principal del canal, causando de esta manera una disminución en el gasto. El uso del “by-pass” permitió tener el rango de velocidades requerido que es en nuestro experimento de 0.8 cm/s hasta 1.5 cm/s .



Figura 2.1: Canal de agua utilizado en el presente trabajo. (A) bomba trifásica, (B) divergente, (C) convergente, (D) sección de pruebas, (E) flujómetro, (F) by-pass.

2.1.2. Calibración del canal

Calibración con flujómetros: by-pass cerrado

El canal cuenta con un sistema de flujómetros integrados para determinar la velocidad del flujo respecto a las variaciones en el controlador de frecuencias. Estos flujómetros indican la intensidad del flujo solamente cuando el by-pass está cerrado. El flujómetro mecánico utilizado para los experimentos tiene la forma de una U invertida como se muestra en la figura 2.2. El flujómetro es escalado para medir el caudal en LPM (litros por minuto) en función

de la altura a la que sube un flotador. Efectivamente, a mayores flujos, mayores presiones y el nivel de agua sube en el tubo en U, elevando el flotador.

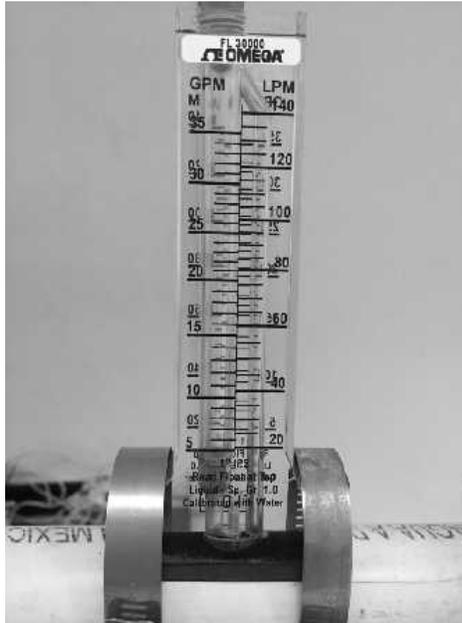


Figura 2.2: Foto del flujómetro insertado en el canal de agua.

Debido a que el canal cuenta con un amplio rango de velocidades, tres diferentes configuraciones permiten determinar el caudal. El flujómetro de la figura 2.2 da acceso a las velocidades menores del flujo cuando el by-pass está cerrado y debe de ser montado con un tubo en PVC de diámetro 5 cm, este tiene un rango de $[0, 140] L/min$. Para velocidades intermedias, es necesario montar otro flujómetro de rango $[150, 550] L/min$ y cambiar el tubo donde se monta el flujómetro por un tubo de diámetro 7.5 cm. Por fin, para las velocidades más altas, el flujómetro cuenta con un rango $[550, 1200] L/min$ integrado a un tubo de diámetro 10 cm.

La curva de calibración para la configuración de rango de velocidades menores se muestra en la figura 2.3. Los puntos se ajustan a una curva lineal de ecuación:

$$v(m/s) = 0,0082 f_B + 0,0058 \quad (2.1)$$

Las curvas de calibración para el rango de velocidades intermedias y altas se muestran en el apéndice A ya que no se utilizaron en este trabajo.

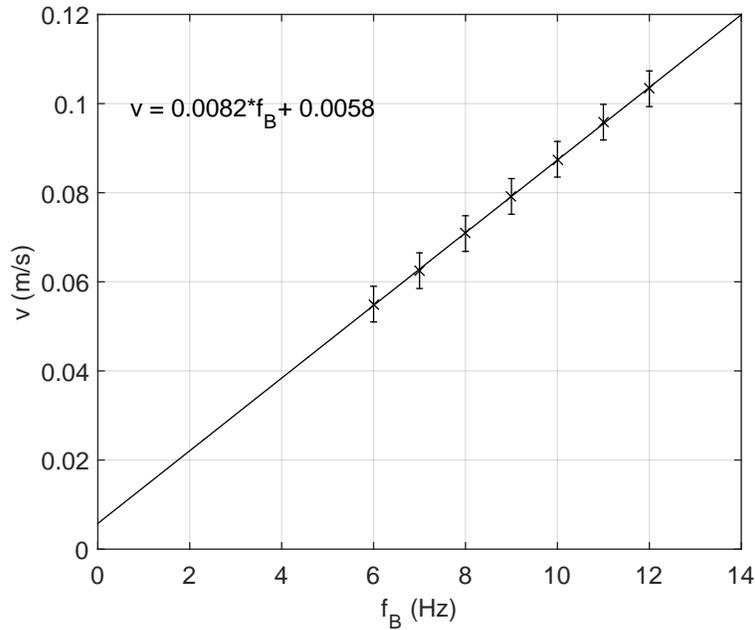


Figura 2.3: Curva de calibración del canal con la configuración del rango de velocidades menores.

Calibración con PIV: by-pass abierto

Cuando el by-pass está abierto, el flujo baja tanto en intensidad que el flotador ya no sube en el flujómetro y se tuvo que recurrir a la técnica de velocimetría por imágenes de partículas (PIV). Esta técnica consiste en sembrar partículas de una densidad muy cercana a la del fluido y que reflejan la luz en una cierta longitud de onda. Se ilumina entonces el flujo en el centro de la sección de prueba con un plano láser y se coloca una cámara vídeo en la parte superior del canal, en posición ortogonal al plano. Se graban vídeos de los cuales se extraen series de imágenes. Conociendo entonces el intervalo de tiempo Δt que separa dos imágenes consecutivas, se puede determinar la velocidad en diferentes puntos de la imagen de la siguiente manera (Bardera, 2005): las imágenes son divididas en $N \times M$ celdas y se correlaciona la celda de coordenadas (i, j) con la celda de misma posición pero en el instante siguiente, como se muestra en la figura 2.4. En esta figura, el cuadro de la imagen I_2 es adquirido en un tiempo Δt después del cuadro I_1 .

El desplazamiento más probable de las partículas de la celda considerada durante el tiempo Δt está dado por el máximo de la correlación. Se asocia entonces una velocidad para la celda considerada dividiendo este desplazamiento por el intervalo de tiempo entre cada imagen. La figura 2.4 representa un esquema de la correlación realizada por celda. Se obtiene por consecuencia un campo de velocidad con un número de vectores igual al número de celdas. Lo ideal es obviamente tener el mayor número de celdas posible para tener una buena resolución; sin embargo el tamaño de las celdas depende de la velocidad del flujo: la mayoría

de las partículas presentes dentro de una celda debe de desplazarse una distancia pequeña respecto al tamaño de la celda; en caso contrario el PIV dará resultados erróneos.

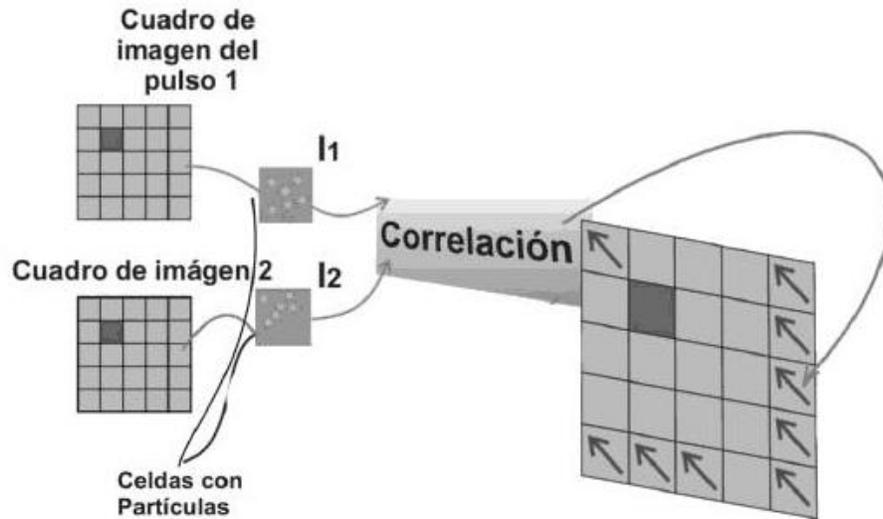


Figura 2.4: Diagrama de técnica PIV (adaptada del Sistema Dantec Dynamics)

Los vídeos fueron grabados con una cámara de vídeo Nikon D5200 con una frecuencia vídeo de 30 cuadros por segundo. El tamaño de las imágenes es de 1080×1920 píxeles, de tal manera que si se graba aproximadamente una región del flujo de $10 \times 20 \text{ cm}^2$, la resolución espacial es aproximadamente de 10 píxeles por milímetro. Las partículas utilizadas son de vidrio, con un diámetro de $50 \mu\text{m}$; éstas fueron iluminadas con un láser verde (marca Laser-glow, modelo LRS-0532) cuya longitud de onda es 532 nm y potencia hasta 20 W . El láser tiene adaptado un lente cilíndrico que genera un plano, además cuenta con su propio sistema de enfriamiento permitiendo así trabajar durante largos periodos. El láser es conectado a un generador de pulsos HP AGILENT 33120 como se muestra en la figura 2.5. El generador de pulsos se fija a una frecuencia de 30 Hz para lograr mayor nitidez en las imágenes para la visualización de las partículas. El tiempo de apertura de la cámara es lo suficientemente alto para que durante la toma de una imagen las partículas que se desplazan se vean borrosas. El tiempo de iluminación de los pulsos del láser es más corto que el tiempo de apertura de la cámara, de tal manera que las partículas de vidrio aparecen como puntos nítidos en cada imagen.

Se grabaron películas cuando el by-pass está abierto para todo un rango de frecuencias del variador $f_B = [3.0; 7.0] \text{ Hz}$ y se aplicó el PIV para cada serie de imágenes. Para velocidades muy bajas, la correlación fue determinada cada 6 imágenes de tal manera que el intervalo de tiempo entre dos imágenes procesadas es $\Delta t = 5/30 \text{ s}$. Las partículas se des-



Figura 2.5: Generador de pulsos en el lado izquierdo, el controlador del láser y el láser del lado derecho.

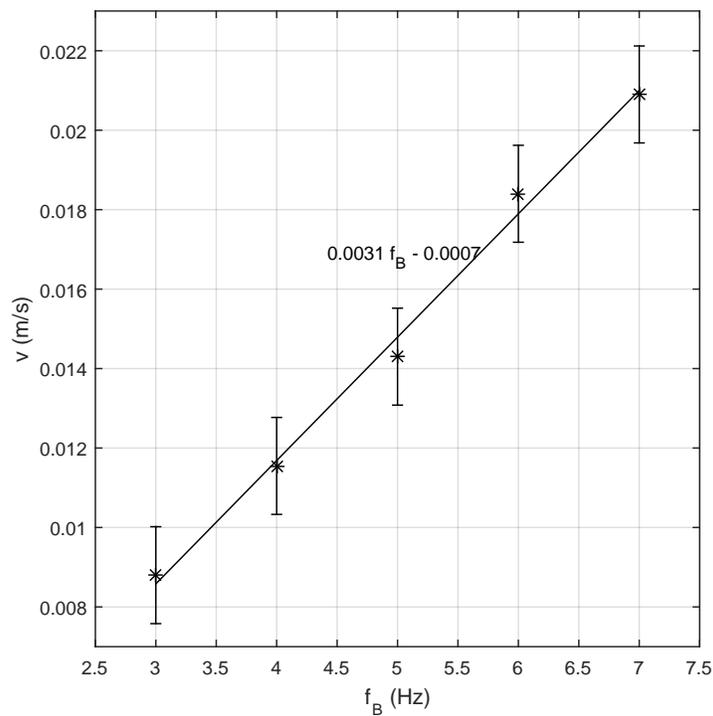


Figura 2.6: Curva de velocidad para calibración del canal utilizando PIV.

plazan una distancia adecuada para el PIV empleando este paso de tiempo. Se determinó el promedio espacial y temporal del campo de velocidad para cada valor de f_B y se graficó v en función de f_B : la curva de la calibración se muestra en la figura 2.6. Los puntos experimentales se ajustan sobre una recta de ecuación:

$$v = 0.0031 f_B - 0.0007 \quad (2.2)$$

2.2. Vórtices de von Kármán

2.2.1. Generación de la calle de von Kármán sola

Inicialmente se realizó la caracterización de los vórtices de von Kármán solos. Éstos fueron generados en el canal descrito en la sección 2.1. Dentro del canal se colocó un cilindro de vidrio de diámetro de $0.50 \pm 0.01 \text{ cm}$. Las primeras pruebas fueron realizadas con el cilindro en posición horizontal soportado por ventosas agarradas a las paredes del canal. La figura 2.7 muestra esta configuración así como la imagen de los vórtices generados. Se definió el número de Reynolds por medio del diámetro D del obstáculo:

$$Re = vD/\nu, \quad (2.3)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del agua. Como la viscosidad del agua varía con la temperatura, se tomó la temperatura antes y después de cada serie de experimentos. La temperatura tenía variaciones menores a 1° C . Además, se revisó con un viscosímetro de Couette, disponible en el Laboratorio de reología del Departamento de Química del CUCEI, que la tinta inyectada para la visualización de los vórtices no modificara la viscosidad de manera significativa.

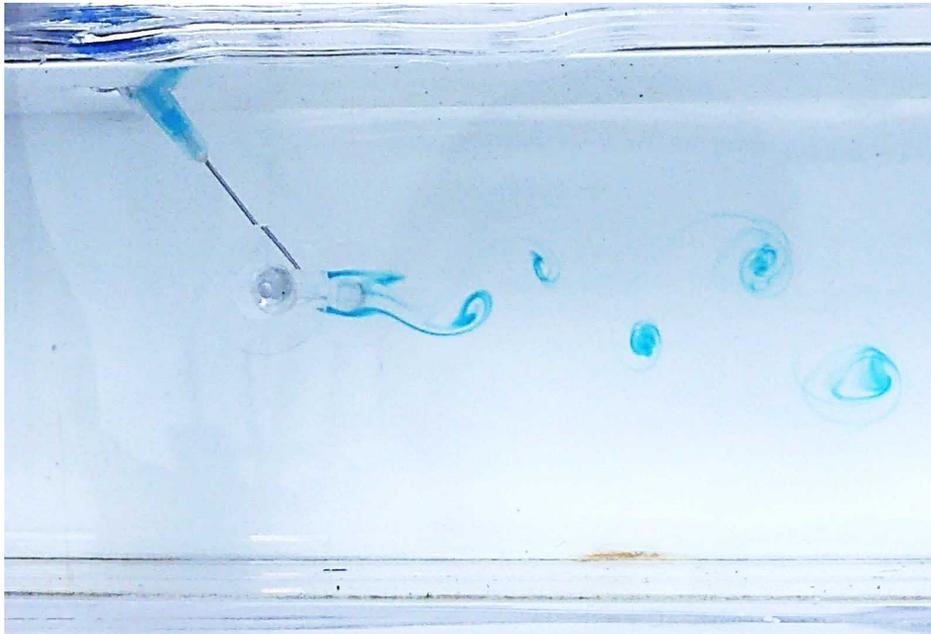


Figura 2.7: Vórtices de von Kármán generados por un cilindro horizontal de 5 mm de diámetro y visualizados por medio de tintas. Aquí, $Re = 100$.

El flujo dentro del canal fue variado para obtener un rango $100 < Re < 200$. En estas pruebas, los vórtices fueron visualizados por medio de pintura vegetal, la cual es inyectada

por una jeringa de 10 mL colocada flujo arriba del obstáculo. La tinta penetra en la capa límite del cilindro y permite pintar e identificar los vórtices que se desprenden de la capa. Es necesario contar con un fondo de color diferente al de la tinta para que haya un contraste y se puedan visualizar los vórtices de forma clara. También es necesario buscar la iluminación apropiada para no saturar de luz la cámara y tener una imagen correcta. La cámara se colocó con su eje paralelo al eje del cilindro. Se grabaron vídeos durante 60 s para cada experimento. Los resultados de estos experimentos se presentan en la sección 3.1 del capítulo 3.

2.2.2. Generación de la calle de von Kármán en presencia de la placa flexible

Por cuestiones de ajustes al momento de integrar la placa flexible en la calle de vórtices (ver sección 2.4), el cilindro fue montado verticalmente y se tomó esta configuración como la final. Cabe mencionar que la gravedad no interviene en el desarrollo de la inestabilidad de von Kármán. Los experimentos presentados en el capítulo 3 fueron realizados en el canal con la superficie abierta para una manipulación más cómoda. También, cuando se integró la placa flexible en los vórtices, se realizó una modificación en la técnica de visualización, por dos razones. La primera es que las tintas ya no definían bien los vórtices en presencia de la placa ya que se diluían rápidamente. La segunda es que se tuvo que aumentar el diámetro del obstáculo (ver sección 2.4) y debido a que el tamaño de los vórtices es mayor, la tinta ya no lograba pintar los vórtices de manera homogénea. Entonces se optó por realizar la visualización por medio de la oxidación de un alambre de estaño.

Este método consiste en colocar un alambre de estaño (lo suficientemente delgado para no interferir con el experimento) dentro del agua, perpendicularmente al obstáculo y pegado a él flujo arriba. Un extremo del alambre se conecta al polo positivo de una fuente mientras que se conecta el polo negativo a un alambre de cobre colocado varios diámetros flujo abajo del obstáculo (Taneda, 1977). Se hace pasar una corriente alrededor de 10 mA y un voltaje de aproximadamente 10 V para provocar una reacción de óxido-reducción. No se debe aumentar demasiado el voltaje porque puede generar burbujas de hidrógeno que podrían interferir con el experimento. La precipitación de óxido de estaño de color blanco sucede inmediatamente a lo largo del alambre de estaño y es advechado por el flujo. Los vórtices corresponden entonces a regiones detrás del obstáculo que no son sembradas por el óxido de estaño y son por consecuencia oscuras. El conjunto es iluminado por un haz de luz blanca y la imagen final obtenida se muestra en la figura 2.8.



Figura 2.8: Vórtices von Kármán visualizados por medio de la precipitación de óxido de estaño.

2.3. Placa flexible

Se realizaron varias pruebas con diferentes placas flexibles. Los requerimientos fueron los siguientes: que la placa fuera lo suficientemente flexible para interactuar con los vórtices y que tuviera una densidad cercana a la densidad del agua para que no flotara ni se hundiera. También, se observaron oscilaciones tridimensionales en las pruebas realizadas con una placa de hule, debido a que tiene una rigidez demasiado baja, por lo cual esta placa fue descartada. El material por el que se optó finalmente fue el plástico utilizado como protector de hojas, el cual cumple mejor los requerimientos necesarios para el experimento. Las características geométricas y elásticas de la placa se muestran en la tabla 2.1. Como se observa, la placa tiene una densidad más pequeña que la densidad del agua, por lo cual ésta flota. La figura 2.9 muestra la placa en el flujo de agua. Como su extremo libre tiende a levantarse, se escogió colocar el obstáculo y la placa verticales en el canal de agua.

El módulo de flexión B de la placa fue deducido del periodo de las oscilaciones libres de la placa en aire. Es decir, la placa es encastrada en uno de sus extremos y libre del otro. Se aleja el extremo libre de la placa de su posición en reposo y se suelta. Se registraron las oscilaciones amortiguadas del extremo libre de la placa con un sensor óptico (marca Keyence, serie LRS): éstas se muestran en la gráfica de la derecha de la figura 2.10. A la izquierda, se muestra el espectro de Fourier de estas oscilaciones.

Como la frecuencia natural de la placa está relacionada al módulo de flexión B de la misma según la ecuación 1.15, se puede determinar esta cantidad tomando en cuenta como la masa adicionada la del aire alrededor. Como $f_1 = 2.30 \pm 0.02 \text{ Hz}$, entonces

Tabla 2.1: Características de la placa flexible. Se muestran la longitud L de la placa, su ancho H , su masa superficial m_s , su densidad volumétrica ρ_h , su módulo en flexión B , la razón de masa M^* calculado según la ecuación 1.17, el rango de la velocidad adimensional U^* calculado según la ecuación 1.16 y los valores para los números adimensionales R_1 y R_2 calculados con la ecuación 1.19.

L (m)	$[(3.5 - 10.5) \pm 0.1] \times 10^{-2}$
H (m)	$(2.0 \pm 0.1) \times 10^{-2}$
m_s (kg/m ²)	7×10^{-4}
ρ_h (kg/m ³)	721
B	$(8.1 \pm 0.7) \times 10^{-7}$
M^*	2.8×10^5
U^*	[5.9 - 17.7]
R_1	$[O(10^{-4}) - O(10^{-3})]$
R_2	$[O(10) - O(10^2)]$



Figura 2.9: Foto que muestra la placa flexible amarrada horizontalmente en el canal de agua y se observa en la imagen como la línea negra.

$B = (8.1 \pm 0.7) \times 10^{-5}$ N.m. Se indica aquí que la frecuencia del primer modo de la placa flexible en agua cuando $L = 6.5 \pm 0.1$ cm es $f_{1,agua} = 0.31 \pm 0.03$ Hz, lo que muestra que el fluido alrededor tiene una gran importancia.

La placa flexible es soportada por un alambre delgado, de diámetro 0.1 cm, de tal manera que no genera ningún vórtice en el rango de velocidades utilizadas. Este alambre es mantenido en su parte inferior por una ventosa pegada en el fondo del canal y en su parte superior por una varilla que reposa arriba de la sección de prueba, transversalmente a ella.

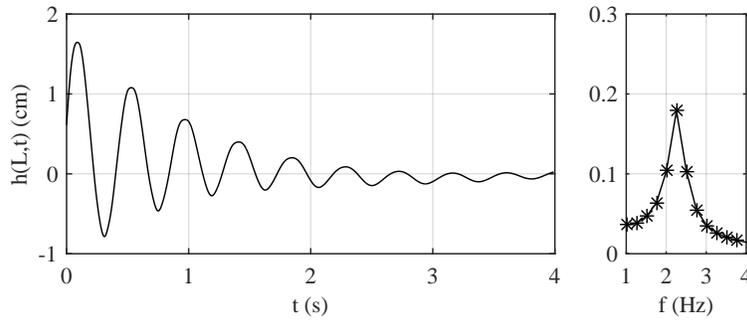


Figura 2.10: A la izquierda: oscilaciones amortiguadas de la placa flexible. A la derecha: espectro de Fourier de la señal de la izquierda. El pico se encuentra en $f_1 = 2.30 \pm 0.02 \text{ Hz}$.

2.4. Configuración experimental para la interacción vórtices – placa flexible

Se realizaron los primeros experimentos con la placa flexible descrita en la sección 2.3 con $H = 2.0 \pm 0.1 \text{ cm}$ y $L = 6.5 \pm 0.1 \text{ cm}$. Posicionándola dentro de la calle de von Kármán, se llevaron a cabo pruebas con obstáculos cilíndricos de diferentes diámetros. Inicialmente, se utilizó un cilindro de diámetro $D = 0.50 \pm 0.01 \text{ cm}$ y altura $9.0 \pm 0.1 \text{ cm}$; sin embargo la energía generada por los vórtices no era suficiente, por lo que se realizaron pruebas con diámetros $D = 1.25 \pm 0.01 \text{ cm}$ y $1.7 \pm 0.1 \text{ cm}$. Con el cilindro de diámetro mayor, los vórtices eran muy grandes, por lo que todos los experimentos presentados en esta tesis fueron finalmente realizados con el cilindro de diámetro $D = 1.25 \pm 0.01 \text{ cm}$.

La placa fue colocada a una distancia $S = 7.0 \pm 0.1 \text{ cm}$ flujo abajo del centro del obstáculo. La orilla de la placa es pintada con un color distinto al fondo y al óxido de estaño, se utilizó el color rojo. La figura 2.11 representa la foto de la placa inmersa dentro de los vórtices. La placa es la línea que se observa de color rojo y los vórtices son delimitados por las regiones blancas del óxido de estaño. El esquema general del arreglo experimental se muestra en la figura 2.12.



Figura 2.11: Foto del flujo interaccionando con la placa. Las regiones blancas corresponden al óxido de estaño. Estas regiones delimitan las regiones oscuras donde se encuentran los vórtices. La placa flexible corresponde a la línea roja. La raya vertical más oscura corresponde a la sombra de la varilla que mantiene el eje de la placa.

La metodología fue la siguiente. En la primera serie de experimentos, se utilizó la misma placa flexible, con $L = 6.5 \pm 0.1 \text{ cm}$ y $H = 2.0 \pm 0.1 \text{ cm}$ y se varió el número de Reynolds en el rango $Re = [100; 200]$. Se procedió de la siguiente manera: se llenaba el canal de agua y se colocaba la placa flexible, el obstáculo y los electrodos para visualizar los vórtices. Se encendía el canal y se esperaba algunos minutos que el flujo estuviera en su régimen estacionario. Se prendía la fuente para generar el óxido de estaño y se grababa una película durante 5 minutos. Después, se cambiaba la frecuencia f_B del controlador de la bomba para tener un flujo más intenso y se graba otra película. Se repite el mismo procedimiento para varias velocidades del fluido.

En la segunda serie de experimentos, el procedimiento fue el mismo excepto que la velocidad del fluido se mantuvo constante. Se inician los experimentos con una placa flexible larga y fue recortándose. Para cada longitud, fue grabado un vídeo de 5 minutos. Se varió la longitud L de la placa en un rango $0.5\lambda < L < 1.5\lambda$, donde λ es la longitud de onda de los vórtices. No se trabajó en un rango mayor de longitud debido a que la placa comienza a flexionarse y su extremo libre se pega a las paredes laterales del canal.

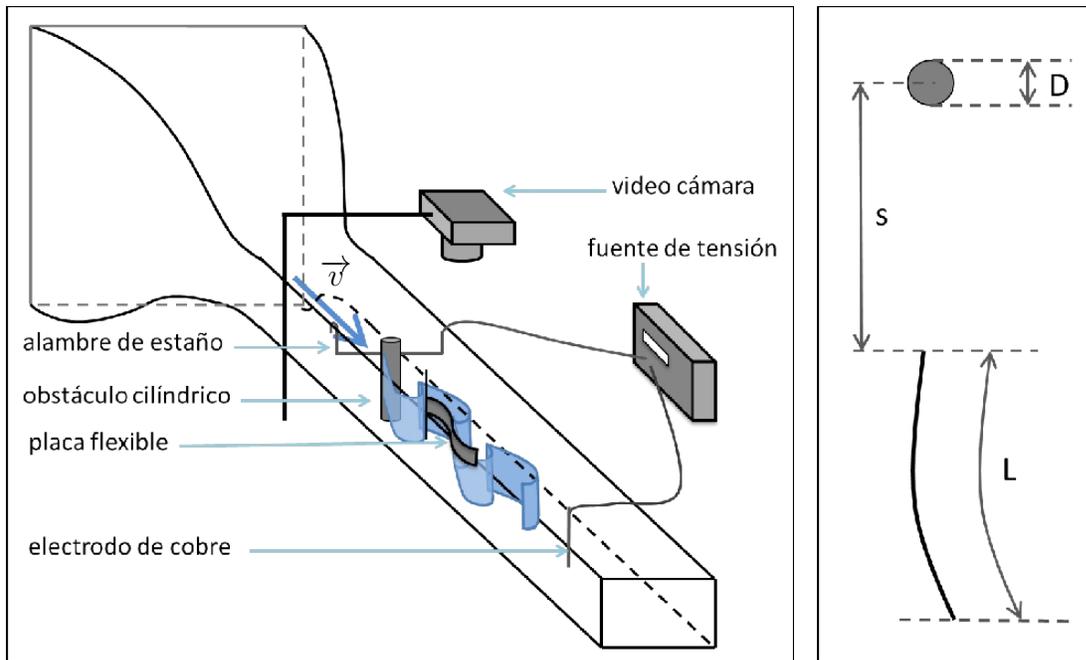


Figura 2.12: Configuración experimental del equipo. La imagen de la izquierda muestra la fuente conectada al alambre de estaño, en azul se representa el paso de los vórtices que se desprenden detrás del cilindro; la placa flexible oscila dentro de los vórtices. La cámara es montada con el lente perpendicular al plano del paso de los vórtices. Se indica la longitud L de la placa flexible, el diámetro D del obstáculo y S la distancia del centro del obstáculo al borde de ataque de la placa.

2.5. Procesamiento de señales

Cuando los experimentos y los vídeos tenían la calidad requerida se inició el procesamiento de imágenes. El vídeo fue analizado utilizando cada “frame” o cuadro de imagen de la grabación; como se trata de una cámara comercial, la frecuencia de adquisición es de 30 Hz . Los vídeos fueron grabados a color porque la orilla de la placa fue pintada de color rojo que es observada como una línea roja en las imágenes, esto para poder identificarla (ver figura 2.11). El software utilizado para procesar las imágenes es Matlab. El programa lee las imágenes como matrices de dimensión $1920 \times 1080 \times 3$, donde la tercera dimensión corresponde a los colores rojo, verde y azul: la codificación de las imágenes es en RGB (red-green-blue en inglés) por la videocámara. Entonces, se realizaron diagramas espacio-temporales para cada valor de velocidad utilizando en este caso las tres mallas de color.

Un diagrama espacio-temporal es un diagrama en el cual la abscisa corresponde al tiempo y la ordenada al espacio. Se extrae de los “frames” de los vídeos la región espacial de interés. En este caso, se eligió una columna de píxeles que pasa por el extremo libre de la placa flexible. Así, los diagramas espacio-temporales tienen un eje en x que representa el tiempo

sobre un total de 300 s con una resolución de 30 puntos por segundo. El eje y representa una línea transversal al flujo con una resolución de 10 puntos por milímetros aproximadamente. Un ejemplo de un diagrama espacio-temporal recortado en espacio y en tiempo se muestra en la figura 2.13.

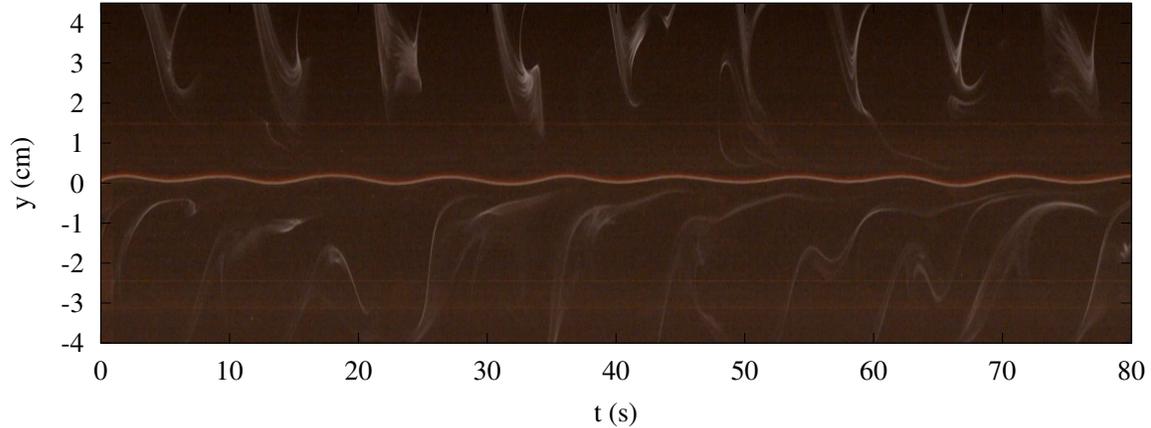


Figura 2.13: Ejemplo de diagrama espacio-temporal. En x es el tiempo y en y una línea transversal al canal de agua. Los vórtices corresponden a las regiones oscuras en las regiones $y > 2 \text{ cm}$ y $y < -2 \text{ cm}$. El extremo libre de la placa flexible (en rojo) oscila con una amplitud pequeña.

Se obtiene una serie de información a partir de los diagramas espacio-temporales utilizando solo la malla roja que permite describir la interacción de la placa con los vórtices. La primera concierne a la frecuencia de los vórtices de von Kármán. Se calculó la transformada rápida de Fourier con el software de Matlab sobre cada línea del diagrama espacio-temporal por donde pasan los vórtices (ver sección 3.1 y figura 3.5). Se realizan entonces un promedio de los coeficientes de Fourier sobre todas las líneas y la frecuencia característica de los vórtices es la frecuencia para la cual este promedio es máximo. Se determina la variación de esta frecuencia en ausencia y en presencia de la placa flexible y se compara la evolución del número de Strouhal correspondiente en función del número de Reynolds con las ecuaciones 1.4 y 1.5 de Williamson (1988a) y Fey et al. (1998).

La segunda información que se obtuvo de los diagramas espacio-temporales es la frecuencia de oscilación de la placa flexible. Los diagramas espacio-temporales muestran la oscilación del extremo libre de la placa. Sin embargo, no se puede obtener su frecuencia de la misma manera que para los vórtices. El extremo libre de la placa flexible oscila con una amplitud muy pequeña alrededor de una posición que va variando muy despacio con el tiempo. Se debe de determinar la posición del extremo libre de la placa en cada momento del diagrama espacio-temporal y así obtener una señal unidimensional $h(L, t)$. Con el espectro de Fourier de esta señal se determinó la frecuencia de oscilación de la placa.

La tercera información que se obtiene de la señal del extremo libre de la placa $h(L, t)$ es la amplitud A de la placa flexible en su extremo libre. Como la energía total de la señal no se encuentra en una sola frecuencia del espectro de Fourier, sino que se distribuye en un intervalo de frecuencias, entonces se reconstituyó la señal con un filtro pasa-banda y se extrae la amplitud A de la señal filtrada. Este proceso se muestra en las gráficas a y b de la figura 2.14. El filtro pasa-banda es una función hanning cuyo centro es la frecuencia característica de la placa y el ancho es elegido de tal manera que abarque el intervalo de frecuencias cuya amplitud es significativa. La señal reconstituida se muestra en la figura 2.14 (a). Para obtener el promedio de la amplitud A , se identifican los máximos locales de $h(L, t)$ y se calcula el promedio de estos.

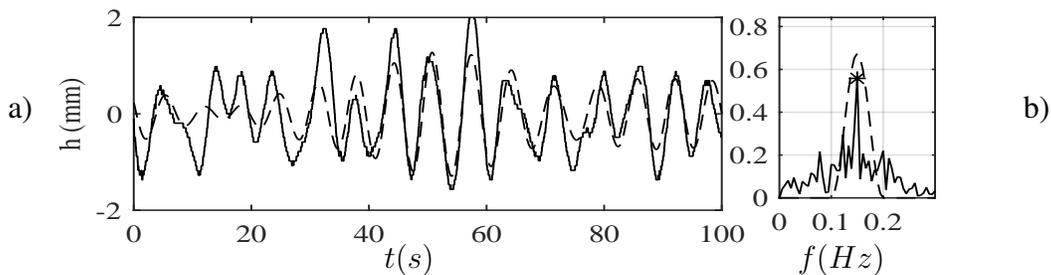


Figura 2.14: Ejemplo del cálculo de la oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) (a) y la misma señal filtrada con un filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (b). (b) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el (*) indica el pico máximo del espectro, indicando la frecuencia característica.

La cuarta información que se obtuvo es el desfase ϕ entre el extremo libre de la placa y los vórtices. Para calcular esta información, se extrajo una línea del diagrama espacio-temporal por donde pasan los vórtices que se denominó $I(t)$. Como se trata de los valores de los píxeles, $I(t)$ varía entre los valores 0 (correspondiendo a un pixel negro) y 255 (un pixel blanco). Hay que recordar que la presencia de un vórtice es señalado por valores bajos de los píxeles. La curva solida de la gráfica izquierda de la figura 2.15 muestra el ejemplo de una línea del diagrama espacio-temporal por donde pasan los vórtices. En la gráfica de la izquierda, se encuentra como línea punteada la señal $h(L, t)$ de la posición del extremo libre de la placa en función del tiempo. Se calculó entonces la función de correlación por medio de la función $xcorr$ de Matlab, que en su versión continua se escribe como:

$$C(\tau) = \int_{t=-\infty}^{+\infty} h(L, t) \cdot I(t + \tau) dt \quad (2.4)$$

Esta función será máxima para un cierto valor Δt correspondiendo al desfase temporal entre las dos funciones. Es decir, si la señal de los vórtices pudiera ser representada por

$$I(t) = \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right], \quad (2.5)$$

entonces el desfase temporal Δt es tal que:

$$h(L, t) = \cos \left[2\pi \left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t - \Delta t}{T} \right) \right]. \quad (2.6)$$

Finalmente otra consideración que se debe tomar para este trabajo es el confinamiento del obstáculo en el canal como se explicó en la sección 1.1.3 (ecuación 1.7). Esto causa que la curva teórica sea desplazada a la izquierda disminuyendo el número de Reynolds en esta proporción. Por lo tanto, es necesario hacer esta corrección a nuestros datos en un orden de un 12.5 %, considerando el diámetro del cilindro utilizado.

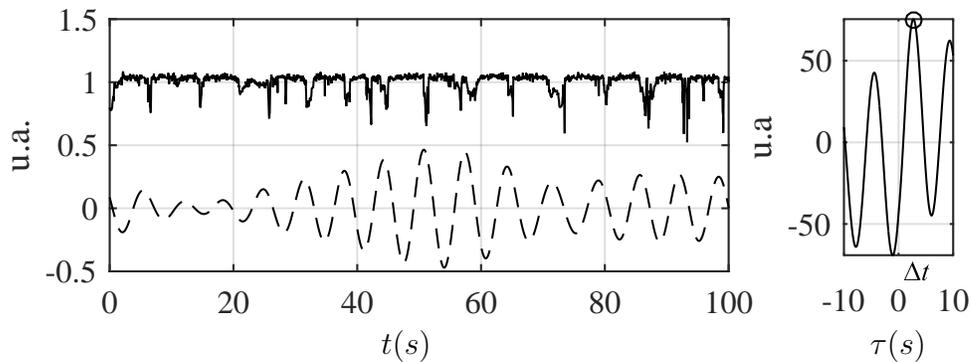


Figura 2.15: A la izquierda: evolución temporal del extremo libre de la placa flexible (línea punteada) y del valor de los pixeles por donde pasan los vórtices (línea sólida). A la derecha: correlación cruzada entre las dos señales y el círculo indica el punto donde la correlación es máxima para el tiempo Δt .

Capítulo 3

Resultados

En este capítulo se muestran los resultados de los experimentos realizados. En la sección 3.1 se analizan los datos de los vórtices solos detrás de dos obstáculos cilíndricos de diferentes diámetros. Se comparan los resultados entre si y con trabajos anteriores (ver sección 1.1.2). El estudio de la interacción de la placa con los vórtices se dividió en dos series de experimentos. En la primera serie mostrada en la sección 3.2, se mantuvo fija la longitud de la placa y se varió el número de Reynolds. En la segunda serie presentada en la sección 3.3, se fija el número de Reynolds y se varió la longitud de la placa flexible. En cada experimento, se determinan las frecuencias características de los vórtices y de la placa, la amplitud de oscilación de la placa y la diferencia de fase entre la oscilación de la placa y los vórtices.

3.1. Vórtices de von Kármán

En esta sección, se presentan los resultados correspondientes a los experimentos para los cuales se generaron únicamente los vórtices de von Kármán. El propósito es comprobar que la frecuencia de desprendimiento de los vórtices concuerde con las ecuaciones 1.4 y 1.6 propuestas por Williamson (1988a) y Fey et al. (1998).

Se presentan los resultados de dos series de experimentos. En la primera serie, el obstáculo es un cilindro de diámetro $D = 0.50 \pm 0.01 \text{ cm}$ y los vórtices son visualizados por medio de pintura vegetal azul, como se muestra en la figura 2.7. El desprendimiento de los vórtices fue grabado con la videocámara durante 1 min para diferentes velocidades del flujo. A partir de los vídeos grabados se calcularon los diagramas espacio-temporales (ver sección 2.5 y figura 2.13) para cada valor de la velocidad. Se calculó entonces la transformada rápida de Fourier de los diagramas espacio-temporales línea por línea y después se realizó el promedio de los coeficientes complejos de cada frecuencia para obtener el espectro que se muestra en la gráfica de la figura 3.1c.

En la figura 3.1a se muestra el diagrama espacio-temporal y los coeficientes de Fourier del espectro de frecuencias correspondientes al número de Reynolds $Re = 110$. Las líneas verticales de color azul en el diagrama espacio-temporal indican el paso de un vórtice en el tiempo en la columna en la cual se realizó el diagrama espacio-temporal. Se observa claramente la periodicidad del desprendimiento de los vórtices de von Kármán. El espectro muestra coeficientes no nulos exclusivamente en la región donde pasan los vórtices. El promedio realizado sobre cada columna genera el espectro mostrado en la parte en la figura 3.1c y se identifica la frecuencia para la cual el valor del coeficiente es máximo. Efectivamente, el valor máximo del espectro de Fourier corresponde a la mayor variación en la intensidad de color debido al paso de los vórtices. Así, esta frecuencia se seleccionó como la frecuencia característica de los vórtices para cada número de Reynolds estudiado. Por ejemplo, en el experimento mostrado en la figura 3.1, la frecuencia característica es de 0.5 Hz .

Se realizaron experimentos en un rango de $100 \leq Re \leq 200$, y se determinaron para todos los experimentos la frecuencia característica de los vórtices. Se indicó que no se muestran todos los diagramas espacio-temporales y espectros ya que el aspecto general es similar a los mostrados. Solo cambia la frecuencia de desprendimiento de los vórtices f y la evolución de f en función de la velocidad del flujo v se muestra en la figura 3.3 con los símbolos (\circ). Las barras de error fueron estimadas determinando la frecuencia característica en cada línea de los diagramas espacio-temporales y calculando el intervalo de confianza al 95 %.

En la segunda serie de experimentos, los vórtices fueron generados por un cilindro de $1.25 \pm 0.01 \text{ cm}$ de diámetro y visualizados por medio de la precipitación de óxido de estaño, como se describió en la sección 2.2.2. Un ejemplo de los vórtices visualizados por medio de este método se muestra en la figura 2.8. Se grabaron vídeos para el intervalo $100 \leq Re \leq 220$. La figura 3.2a muestra el diagrama espacio-temporal para $Re = 126$, y en la figura 3.2b los coeficientes de Fourier del espectro de frecuencias línea por línea. Recordando que en este caso, las regiones oscuras en el diagrama espacio-temporal entre las franjas blancas indican la presencia de los vórtices. La razón por la cual se cambió el diámetro del cilindro a uno mayor fue dada en la sección 2.4 al momento de colocar la placa flexible en la calle de von Kármán.

El espectro de frecuencia promediado sobre toda la región de los vórtices se muestra en la figura 3.2c. Para este valor de $Re = 126$, se encuentra que la frecuencia característica de los vórtices es $f = 0.13 \text{ Hz}$. La evolución de la frecuencia de los vórtices para este cilindro se muestra con los símbolos (∇) en la figura 3.3. Se observa que para la misma velocidad de flujo, un obstáculo de diámetro mayor desprende vórtices con una frecuencia más baja que con un obstáculo de diámetro más chico. Sin embargo, adimensionando los valores de la velocidad v y la frecuencia f por los números de Reynolds y Strouhal respectivamente (ecuaciones 1.1 y 1.2), los puntos se sobreponen, como se muestra en la figura 3.4. Se mencionó además que, como el diámetro del cilindro mayor ya no es despreciable respecto al ancho de la sección de prueba del canal, es necesario realizar una corrección en el número de Reynolds por medio de la ecuación 1.7.

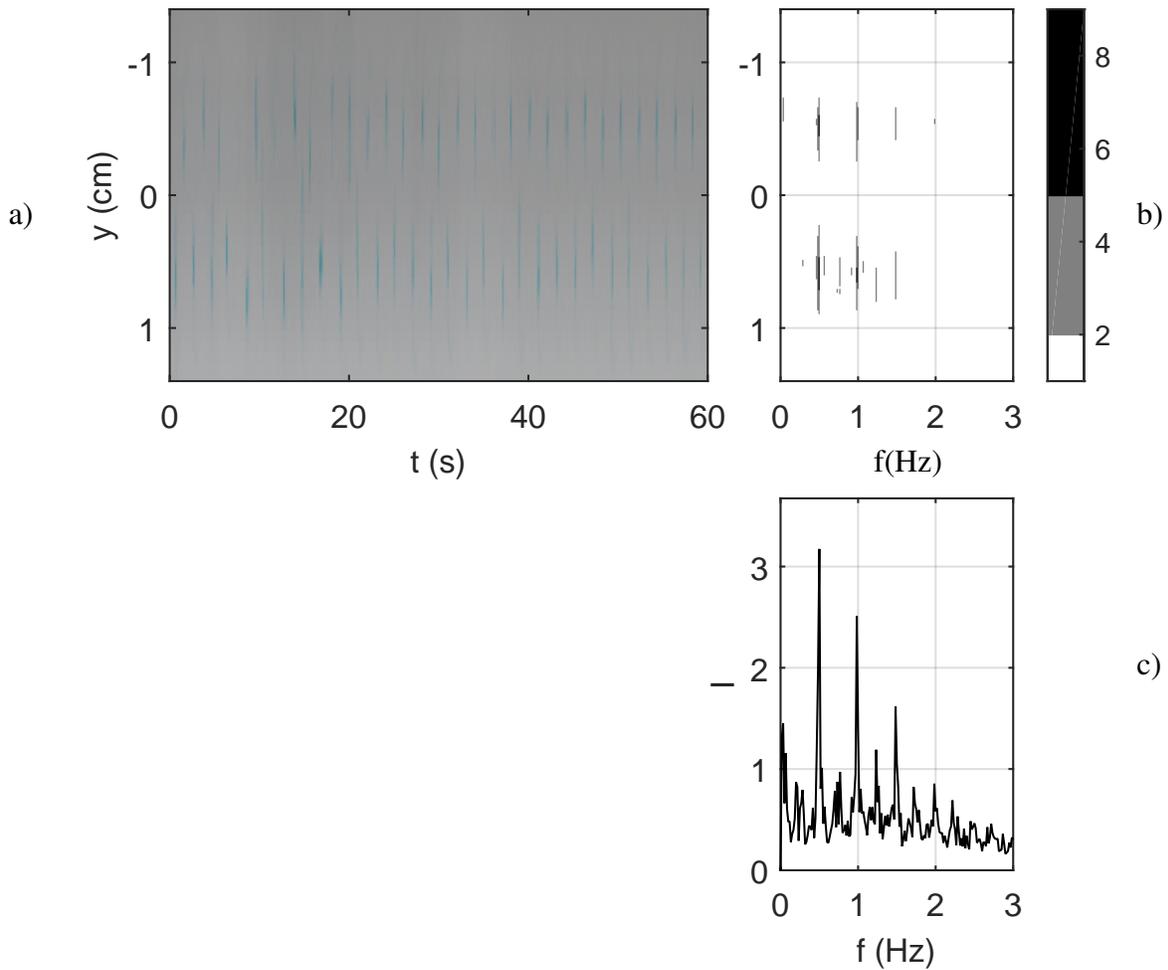


Figura 3.1: Resultados para los vórtices generados por el cilindro de diámetro $D = 5.0 \pm 0.1 \text{ mm}$ por medio de tintas para $v = 1.84 \text{ cm/s}$ ($Re = 110$). La imagen (a) muestra el diagrama espacio-temporal mientras que a la derecha (b) muestra el mapa de los coeficientes de Fourier del espectro de frecuencias para $Re = 110$. La escala de grises indica cualitativamente las variaciones de intensidad de color para cada coeficiente respecto al diagrama espacio-temporal. En (c) se muestra el promedio correspondiente para cada frecuencia del espectro de frecuencias de Fourier.

Además, se puede realizar la comparación de los puntos experimentales de este trabajo con las ecuaciones 1.4 y 1.6 propuestas por Williamson (1988a) y Fey et al. (1998). Estas curvas aparecen también en la figura 3.4. Se observa que los puntos experimentales se ajustan alrededor de las predicciones.

Ya se explicó que existe una zona de transición entre $Re = 180$ y $Re = 280$ para el desprendimiento de los vórtices de von Kármán hacia una inestabilidad secundaria de la calle de von Kármán (sección 1.1.3; Williamson, 1988b). Sin embargo, no se observa un cambio

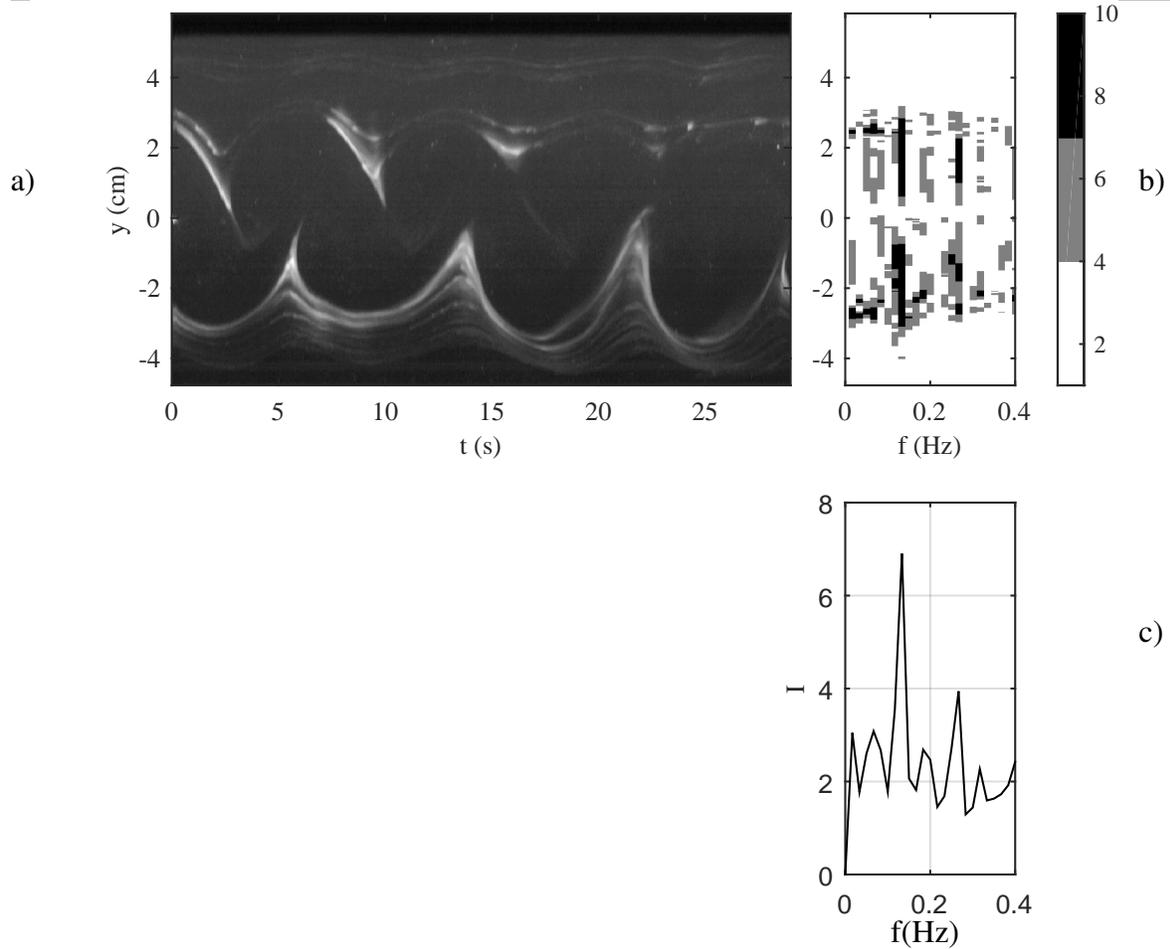


Figura 3.2: Resultados para los vórtices de von Kármán generados por el cilindro de diámetro $D = 12.5 \pm 0.1 \text{ mm}$ visualizados por el método de precipitación de óxido de estaño para $v = 1.2 \text{ cm/s}$ ($Re = 126$). El diagrama espacio-temporal se muestra en (a); en (b) los coeficientes del espectro de frecuencias correspondiente (la escala de grises indica la variación de la intensidad de color). En (c) se muestra el promedio de los coeficientes para cada frecuencia correspondiente.

abrupto en la continuidad de los puntos experimentales $Re - Sr$ siguiendo la curva de Williamson (1988a) a pesar de estar por valores mayores de $Re = 180$. Pero, con el propósito de trabajar en las mejores condiciones posibles y tener una evolución continua de la frecuencia en función del número de Reynolds, se optó por utilizar un rango de $100 \leq Re \leq 180$ en los experimentos. Por esta razón, se tuvo que trabajar con velocidades lo suficientemente bajas.

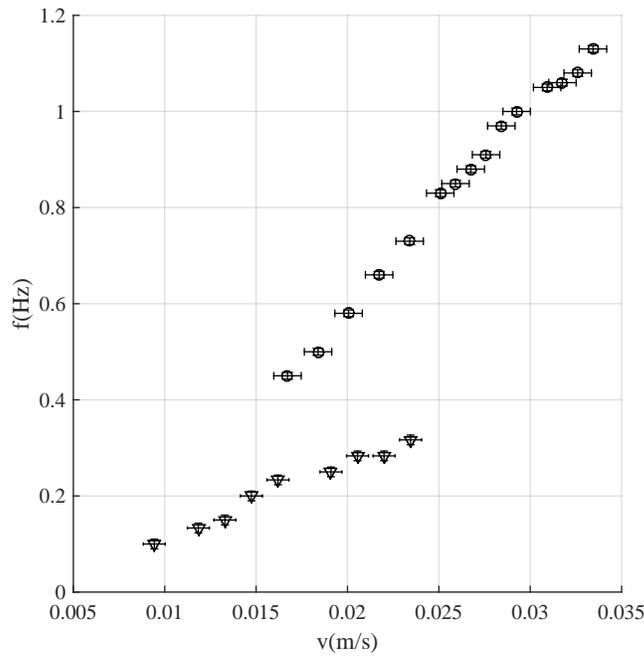


Figura 3.3: Evolución de la frecuencia de los vórtices de von Kármán en función de la velocidad del fluido para el cilindro de $D = 0.5 \pm 0.01$ cm (\circ) y para el cilindro con $D = 1.25 \pm 0.01$ cm (∇).

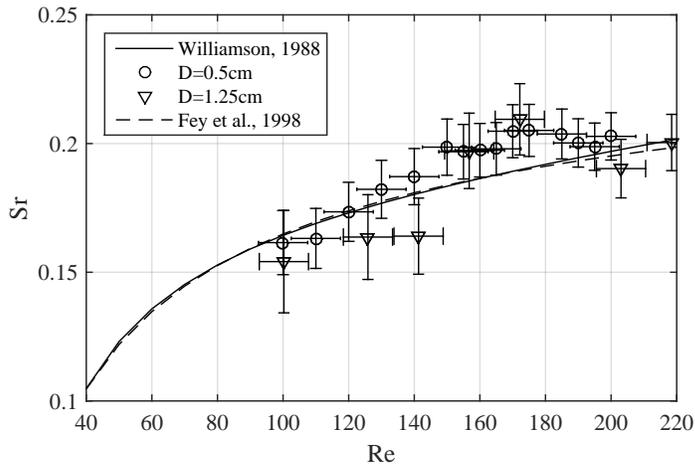


Figura 3.4: Relación Strouhal-Reynolds, la línea sólida indica la curva teórica de Williamson (1988a), la línea punteada la curva de Fey et al. (1998). Los puntos experimentales corresponden a los cilindros de $D = 0.50 \pm 0.01$ cm (\circ) y $D = 1.25 \pm 0.01$ cm (∇).

3.2. Interacción de la placa flexible y los vórtices de von Kármán para diferentes valores de Re

En esta sección se describen los análisis de la interacción de la placa con la calle de von Kármán. Recordando que una placa puede oscilar dentro de un flujo homogéneo como se explicó en la sección 1.2: el umbral de oscilación depende de las características del material del que está hecha la placa y de sus dimensiones. Como se describió en la sección 2.3, nuestra placa tiene como dimensiones $L = 6.50 \pm 0.01 \text{ cm}$ y $H = 2.00 \pm 0.01 \text{ cm}$. Por medio de la fórmula dada por Shelley et al. (2005), se calculó que el umbral de oscilación es $v = 1.3 \text{ m/s}$. Sin embargo, los experimentos son realizados con flujos a velocidades del orden de cm/s : esto da la seguridad que la inestabilidad aeroelástica aún no se desarrolla en el sistema y que la oscilación de la placa proviene exclusivamente de su interacción con los vórtices.

Las mediciones fueron realizadas con la técnica de visualización por precipitación de óxido de estaño y con el cilindro de diámetro $D = 1.25 \pm 0.01 \text{ cm}$, el cual permite generar oscilaciones de la placa de mayor amplitud. El procedimiento experimental es igual que para los vórtices solos: a partir de los vídeos se calcularon los diagramas espacio-temporales. Como se mencionó en la sección 2.5, los diagramas espacio-temporales fueron utilizados para calcular la frecuencia de desprendimiento de los vórtices y de la oscilación de la placa. Además, se calculó la amplitud de oscilación del extremo libre de la placa $h(L, t)$ y la diferencia de fase entre $h(L, t)$ y la señal de los vórtices.

En la figura 3.5a se muestra el diagrama espacio-temporal para $Re = 137$. Las regiones oscuras corresponden a los vórtices que van pasando. En este diagrama se puede observar como la placa oscila de manera sincronizada con el paso de los vórtices. Para comprobarlo cuantitativamente, se determinan las frecuencias características de los vórtices y de la placa. Los espectros de frecuencias de los vórtices se muestran en las figuras 3.5b y 3.5c. Como en la sección anterior, la figura 3.5b muestra el espectro realizado línea por línea del diagrama espacio-temporal, mientras que la figura 3.5c muestra el espectro de frecuencias promedio de los vórtices, considerando solo la región por donde pasan, ya que la placa genera ruido en el espectro de frecuencias. Como para los vórtices solos (sección 3.1), el pico máximo permite determinar la frecuencia f_v característica de los vórtices.

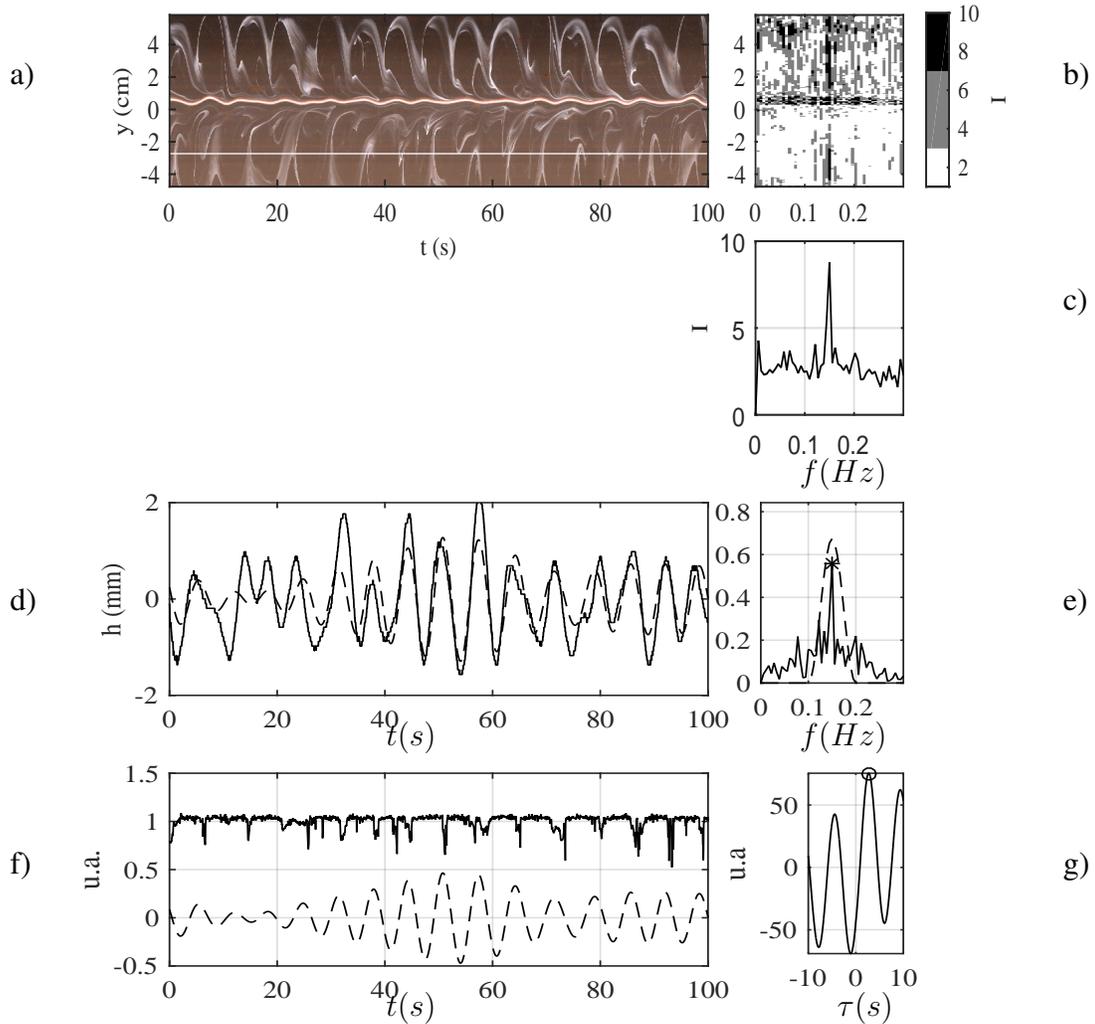


Figura 3.5: Señales procesadas para $Re = 137$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

Por otra parte, la línea continua de la figura 3.5d muestra la oscilación del extremo libre de la placa $h(L, t)$ mientras que el espectro de esta señal es presentada en la figura 3.5e. El pico máximo de la señal da acceso a la frecuencia característica f_p de la oscilación de la placa y la evolución de estas dos frecuencias en función del número de Reynolds se muestra en la figura 3.6. Se puede observar en esta gráfica que tanto los vórtices como la placa oscilan con la misma frecuencia, con un valor un poco menor a la frecuencia predicha por Williamson (1988a) y Fey et al. (1998) en el caso de los vórtices solos. Como era de esperarse, estas dos frecuencias crecen con el número de Reynolds.

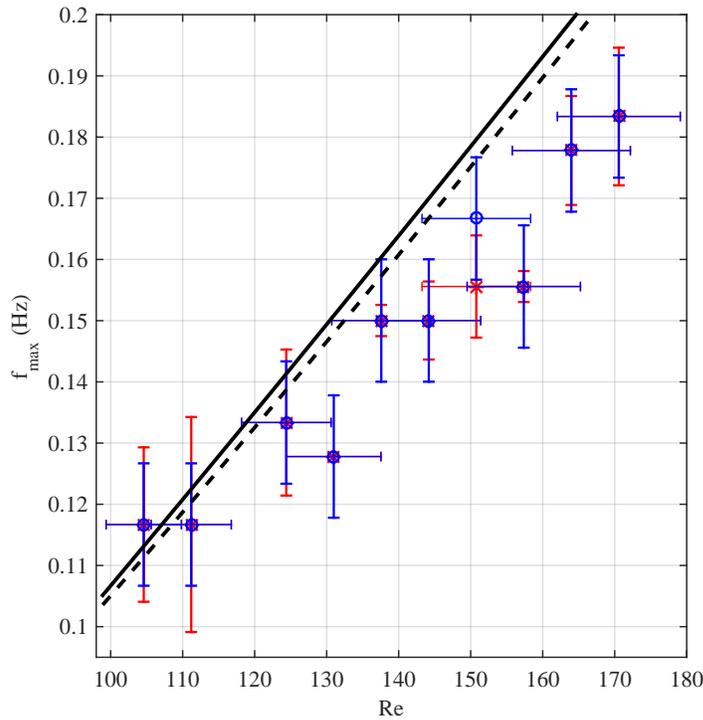


Figura 3.6: Evolución de la frecuencia de la placa (rojo) y de los vórtices (azul) en función del número de Reynolds. La línea sólida indica la curva predicha por Williamson (1988a) (ecuación 1.4) y la línea punteada corresponde a la curva de Fey et al. (1998) (ecuación 1.5).

Ahora, para determinar la amplitud A del extremo libre de la placa $h(L, t)$, esta señal fue filtrada por medio de un filtro pasa-banda tipo hanning. En seguida, se localizaron todos los máximos como se muestra en la figura 3.7, cuyo promedio se tomó como la amplitud A . Este proceso se realizó para cada una de las señales. La amplitud adimensionada por la longitud L de la placa se muestra en función del número de Reynolds en la figura 3.8. Se puede observar que A/L aumenta de 2×10^{-3} a 9×10^{-3} cuando Re pasa de 105 a 170. Aparece como un

pico en $Re = [145; 155]$ pero se verá en el capítulo 4 que éste proviene probablemente de errores experimentales.

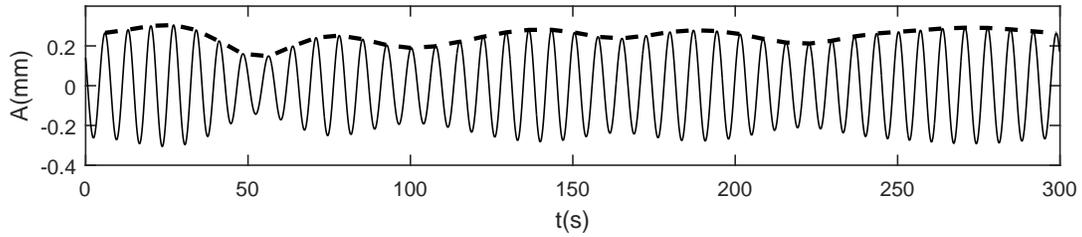


Figura 3.7: Gráfica de la señal filtrada (—) $h(L,t)$ para $Re = 106$ en donde se localizaron los máximos (---) cuyo promedio corresponde a la amplitud A de la señal.

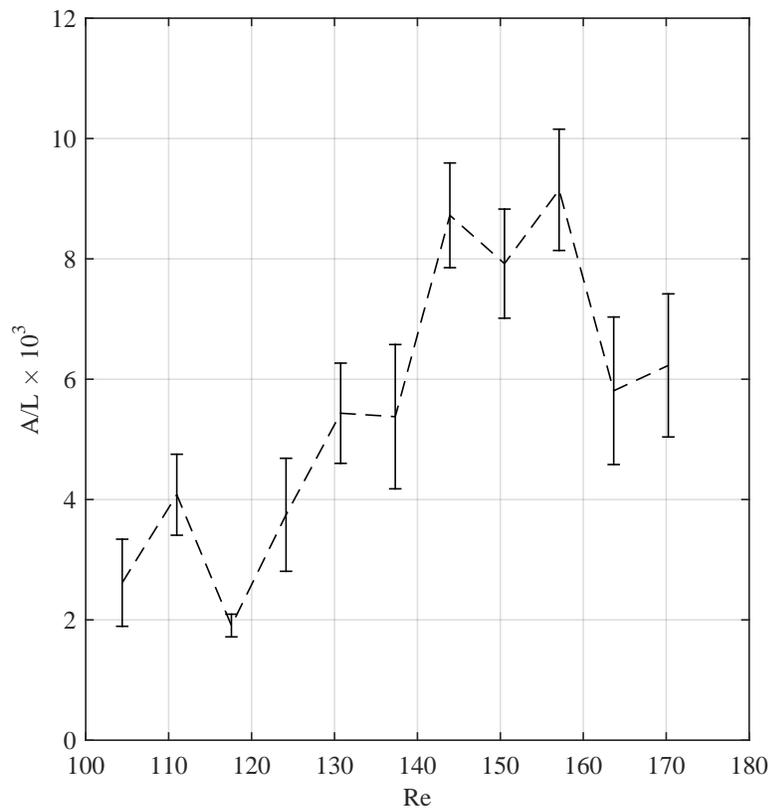


Figura 3.8: Evolución de la amplitud de oscilación de la placa A normalizada por la longitud de la placa L , en función del número de Reynolds Re .

Ahora se procesan las señales para determinar el desfase temporal Δt entre el extremo libre de la placa $h(L, t)$ y los vórtices $I(t)$ que pasan arriba del extremo libre de la misma. La pregunta es: ¿la placa flexible oscila porque los vórtices que pasan cerca del extremo libre de la placa ejercen la mayor parte de la presión sobre la placa? Para determinar el desfase temporal Δt entre $h(L, t)$ y $I(t)$, se procede como se explicó en la sección 2.5. La dos señales $h(L, t)$ y $I(t)$ se muestran en la figura 3.5f y la función de correlación cruzada en la figura 3.5g. Se localiza entonces el máximo de la función de correlación en el intervalo $[0; T]$, donde T se deduce de la frecuencia característica de los vórtices (figura 3.6); dicho máximo ocurre en $\tau = \Delta t$.

Se procede de la misma manera para las señales de los diferentes números de Reynolds y se muestra $\Delta t/T$ en la figura 3.9. El desfase entre la placa y los vórtices tiene una tendencia constante ($\Delta t/T = [0.17; 0.47]$), excepto por dos puntos que no están conectados por la línea en la gráfica. Estos puntos serán discutidos en el capítulo 4.

Finalmente, se determinó si la placa oscila en presencia de los vórtices según cierto modo espacial (como en la figura 1.9) o bien si estas oscilaciones son caracterizadas por una onda propagativa. Para esto se calcula la deflexión $h(x, t)$ en diferentes puntos de la placa. Si estos diferentes puntos oscilan en fase, quiere decir que la placa oscila según cierto modo espacial. En la figura 3.10 se muestra la oscilación de la placa en el extremo libre $h(L, t)$ y en el centro de placa $h(L/2, t)$. Se puede observar que los puntos oscilan en fase. Además, como se espera, la amplitud de oscilación disminuye conforme se acerca al eje de la placa. Realizando el mismo procedimiento en diferentes puntos de la placa (las gráficas no se muestran aquí), se observó que todos los puntos de la placa oscilan en fase: el número de onda k de oscilación de la placa es tal que $kL < 1$.

Los diagramas espacio-temporales, espectros y correlaciones cruzadas para los experimentos realizados con diferentes números de Reynolds se muestran en el apéndice B.

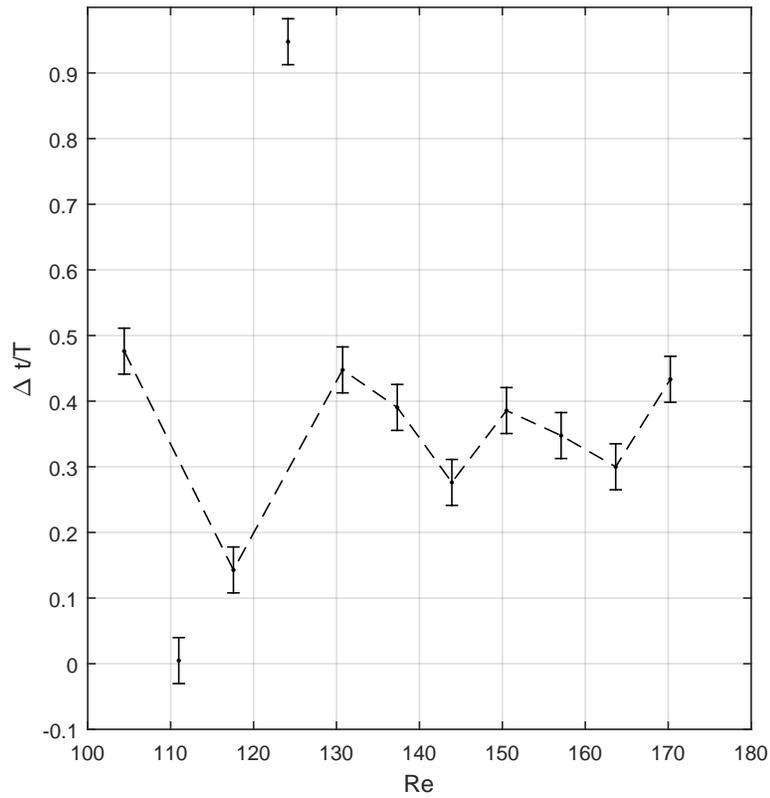


Figura 3.9: Diferencia de fase $\Delta t/T$ entre los vórtices de von Kármán y la oscilación de la placa en función del número de Reynolds.

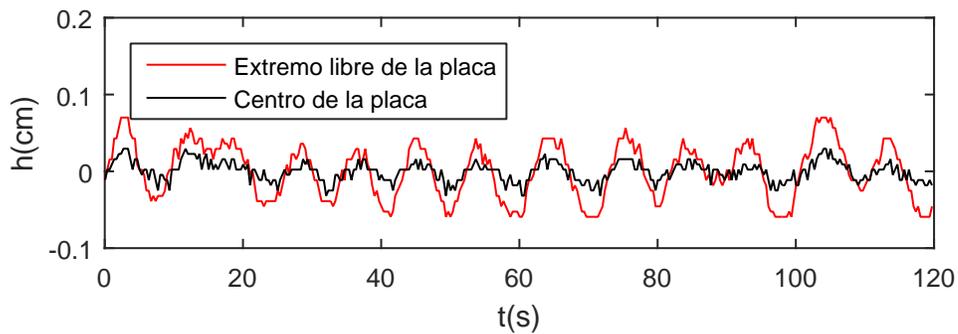


Figura 3.10: Deflexión transversal de dos puntos de la placa en función del tiempo: su extremo libre $h(L, t)$ en rojo y su punto medio $h(L/2, t)$ en negro.

3.3. Interacción entre la placa flexible y los vórtices de von Kármán para diferentes valores de L

Considerando que la placa de los experimentos presentados en la sección 3.2 tiene una longitud cercana a la longitud de onda de los vórtices, se decidió estudiar la influencia de la longitud de la placa sobre la amplitud de oscilación y la diferencia de fase. La frecuencia natural de la placa varía en función de la longitud (ecuación 1.14) y esto podría modificar la amplitud y/o el modo de oscilación. Por lo tanto se varió la longitud desde 0.5λ hasta 1.5λ , fijando el número de $Re = 130$. Igual que para los experimentos descritos en la sección 3.2 se grabaron una serie de vídeos. Se calcularon de la misma manera los diagramas espacio-temporales, las señales filtradas, los espectros de Fourier y la correlación cruzada para determinar el desfase entre la placa y los vórtices. Estas gráficas se muestran en el apéndice C.

La evolución de la amplitud adimensionada respecto a la longitud de la placa A/L en función de la longitud adimensionada respecto a la longitud de onda de los vórtices L/λ se muestra en la figura 3.11. Mientras que $A/L < 2 \times 10^{-3}$ para $L/\lambda < 1$, la amplitud alcanza un máximo para $L/\lambda \simeq 1.07$ y decrece alrededor de 2.2×10^{-3} cuando $L/\lambda = 1.4$. Esta evolución muestra que existe una longitud óptima para tener una amplitud de oscilación máxima de la placa, esto ocurre para una longitud cercana a λ . Este resultado se discutirá en el capítulo 4.

Finalmente se calculó también para esta serie de experimentos la diferencia de fase entre los vórtices y el extremo libre de la placa en función de la longitud adimensional. La figura 3.12 muestra el desfase de la placa respecto a los vórtices $\Delta t/T$ en función de L/λ . Otra vez, se omitió un punto en la línea que no muestra la tendencia general de $\Delta t/T$ en función de L/λ ; este valor será discutido en el capítulo 4.

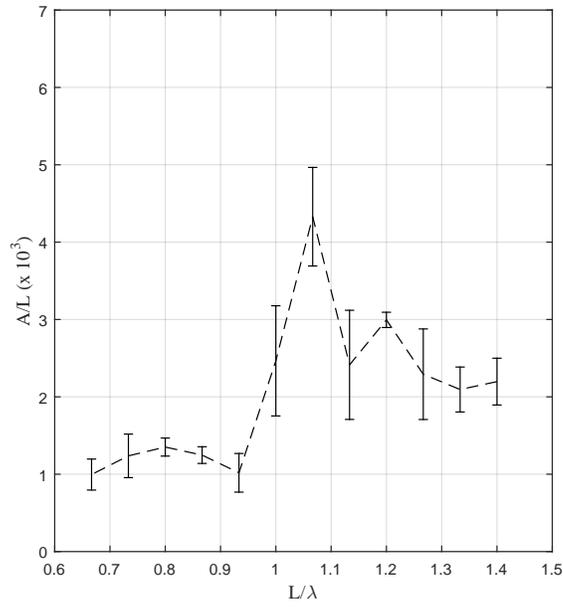


Figura 3.11: Amplitud adimensional A/L de oscilación de la placa en función de la longitud de la placa L/λ .

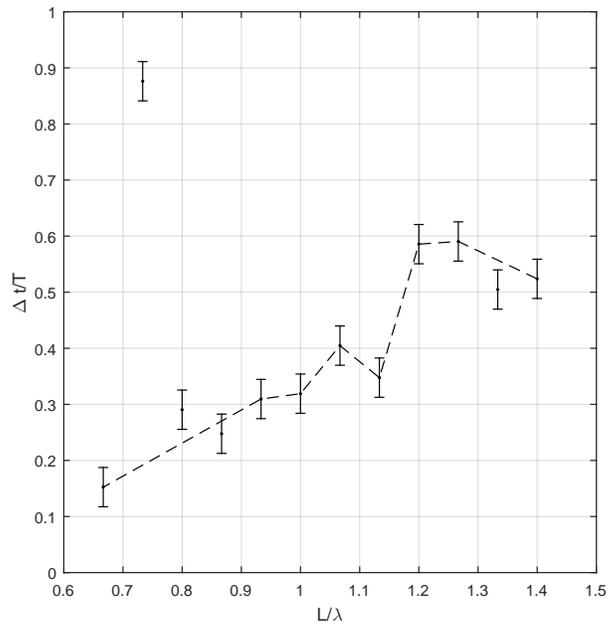


Figura 3.12: Diferencia de fase entre los vórtices de von Kármán y la oscilación de la placa en función de L/λ .

Capítulo 4

Discusiones

En este capítulo se discuten los resultados obtenidos en el capítulo anterior. En la sección 4.1, se mencionan comentarios generales mientras que en la sección 4.2, se comparan los resultados experimentales con los resultados teóricos de Alben (2010) reproducidos por el Dr. Llewellyn Smith de la Universidad de California San Diego.

4.1. Comentarios generales

La primera serie de experimentos consistió en generar los vórtices de von Kármán solos detrás de dos cilindros de diámetros diferentes y con técnicas de visualización distintas. Los resultados correspondientes fueron descritos en la sección 3.1. Esta serie se realizó con el propósito de tener una primera validación de los experimentos, ya que las características generales de la calle de von Kármán para $Re = [0; 300]$ generada por un cilindro ha sido estudiada en numerosos trabajos y ya están definidas.

Los resultados experimentales obtenidos con los cilindros de diámetros $D = 0.50 \pm 0.01 \text{ cm}$ y $1.25 \pm 0.01 \text{ cm}$ muestran que la relación del número de Strouhal St respecto al número de Reynolds Re es congruente con las curvas empíricas de Fey (1998) y Williamson (1988a). Por esta razón, se considera que se experimentó bajo las condiciones adecuadas para considerar significativos los resultados de las otras dos series de experimentos.

La segunda serie de experimentos concierne la interacción de los vórtices de von Kármán con una placa flexible de longitud constante en flujos de diferentes intensidades. Se observa que los dos fenómenos (oscilación de la placa y desprendimiento de los vórtices) tienen la misma frecuencia característica. Este resultado es diferente al resultado de Allen y Smits (2001) quienes trabajaron con placas mucho más largas (del orden de 40 cm) en flujos mucho más intensos (del orden $Re \sim 10^3 - 10^4$). Estos autores observaron que los dos fenómenos se sincronizaban solamente para flujos muy intensos ($Re \sim 10^4$); para velocidades menores,

sus placas oscilan con una frecuencia menor a la frecuencia de los vórtices. Esta característica se puede entender si se considera que las amplitudes de oscilación de las placas de Allen y Smits (2001) oscilaban con una amplitud mucho mayor que las nuestras. La placa flexible oscila con una amplitud muy pequeña ($A \sim 10^{-3} - 10^{-4} m$), las placas de Allen y Smits (2001) oscilaron con una amplitud del orden $10^{-2} m$.

Entonces, las placas de Allen y Smits (2001) tienen que recorrer una deflexión transversal mayor y por lo tanto pueden necesitar más tiempo para hacerlo. Por otra parte, es importante considerar que las placas de Allen y Smits (2001) son sometidas también a la inestabilidad aeroelástica ya que el flujo alcanza velocidades mucho mayores a la velocidad crítica de aparición de la inestabilidad. Esta diferencia puede ser el origen de las grandes amplitudes que encontraron estos autores, ya que en este trabajo se encontró que la inestabilidad aeroelástica se desarrolla a velocidades mucho mayores a las que se utilizaron.

Por otra parte, las fotos de Allen y Smits (2001) muestran que sus placas oscilan con modos espaciales $kL > 1$ (k es el número de onda), ya que se pueden ver una a dos longitudes de onda en sus placas. Otra vez, la diferencia entre los resultados y los suyos provienen de que se trabajó con condiciones diferentes. Alben (2010) muestra que la longitud de onda de la placa λ_p es tal que:

$$\frac{L}{2\lambda_p} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^{1/4} \quad (4.1)$$

donde R_1 y R_2 son dos números adimensionales definidos por las ecuaciones 1.19. Realizando el cálculo para los experimentos y para los experimentos de Allen y Smits (2001), se encontró que en los experimentos de este estudio, $R_1 \sim 10^{-3}$ y $R_2 = 50 - 100$, lo que da como orden de magnitud para la longitud de onda de la placa: $\lambda_p \sim 25 L$. En el caso de Allen y Smits (2001), una mayor dimensión en sus placas implica una mayor flexibilidad y $R_2 \sim 10^{-6} - 10^{-3}$, lo que da $\lambda_p \sim (0.3 - 1.6) L$ (Sandoval Hernández y Cros, 2016).

El análisis de la interacción de una placa flexible con los vórtices de von Kármán, para diferentes escalas del número de Re y L , permite mostrar que los resultados obtenidos por Allen y Smits (2001) no son generales para todas las condiciones, si no que están limitados a la región de los parámetros que fueron utilizados, tomando en cuenta que los vórtices de von Kármán presenta diferentes modos dependiendo del rango del número de Re (Fey et al., 1998) y considerando los resultados obtenidos en este trabajo, se puede concluir que la respuesta de la placa flexible cambia dependiendo del rango del número de Re y los resultados aquí presentados explican una región de los parámetros que no se había explorado experimentalmente.

Finalmente, los picos que aparecen en las curvas A/L en función de Re o de L/λ pueden sugerir una resonancia. Como ya se calculó en la sección 2.3, se determinó como frecuencia natural de la placa en agua para $L = 6.5 cm$: $f_{1,agua} = 0.31 Hz$. Esta frecuencia es mayor a las frecuencias medidas (ver figura 3.6) así que se considera que no se trata de una resonan-

cia. Para placas más cortas, la frecuencia natural crece mientras que para placas más largas, la frecuencia natural decrece. Como el pico en la gráfica A/L en función de L/λ sucede para una longitud cercana $L \simeq 7 \text{ cm}$, se concluyó que no se trata de una resonancia entre la frecuencia de los vórtices y la frecuencia natural de la placa.

4.2. Comparación con los resultados teóricos de Alben (2010)

Ya se describió en la sección 1.3.2 el estudio teórico de Alben (2010). El Dr. Stefan Llewellyn Smith de la Universidad de California San Diego (UCSD), con quien se trabaja en colaboración, escribió un código en Matlab que reproduce los resultados de este autor. En función de algunos parámetros de entrada que son: la circulación Γ de los vórtices (ver ecuación 1.9), la longitud de onda λ de los vórtices, la longitud L de la placa, la distancia transversal b de los vórtices (ver figura 1.7) y la velocidad v del flujo, el modelo calcula la deflexión $h(x, t)$ de la placa, que se comparan ahora con los resultados experimentales.

Para los experimentos con número de Reynolds variable, el modelo genera la curva de la figura 4.1a. Sobrepuestos se encuentran los puntos experimentales obtenidos en el presente trabajo. Los puntos experimentales y la solución de Alben (2010) muestran que el orden de magnitud es congruente, además que como se acaba de discutir en la sección 4.1, no se espera una resonancia en el modelo teórico de Alben (2010). La amplitud aumenta de $A \simeq 2 \times 10^{-3}L$ para $Re = 103$ a más de tres veces su valor cuando $Re = 170$.

Para determinar las diferencias de los datos experimentales obtenidos con los resultados del modelo de Alben (2010), se calculó el error relativo absoluto (ER) respecto al valor teórico para cada valor de los experimentos y el error cuadrático medio relativo (ECMR) con la finalidad de cuantificar que tan parecidos son los experimentos a la teoría. La comparación de la amplitud adimensional se muestra en la figura 4.1b, donde la diferencia entre el modelo teórico y los experimentos es del 30 %. Esto permite considerar que los resultados son similares a lo esperado por la teoría.

Otro parámetro que calcula el programa a partir del modelo teórico de Alben (2010) es la diferencia de fase entre la oscilación de un punto de la placa con los vórtices. Tomando en cuenta los vórtices que pasan por el extremo libre de la placa como en los experimentos, se encontró la diferencia de fase que se muestra en la figura 4.2a.

El desfase arrojado por el modelo decrece lentamente al igual que la mayoría de los datos experimentales. De igual manera que para el análisis de la amplitud adimensional se calculó el ECMR para determinar la diferencia respecto a la teoría y también para el desfase se obtiene un error del 30 %, ver figura 4.2b. Algunas diferencias pueden ser causadas por el hecho de que al utilizar como trazador el óxido de estaño no se puede determinar de manera

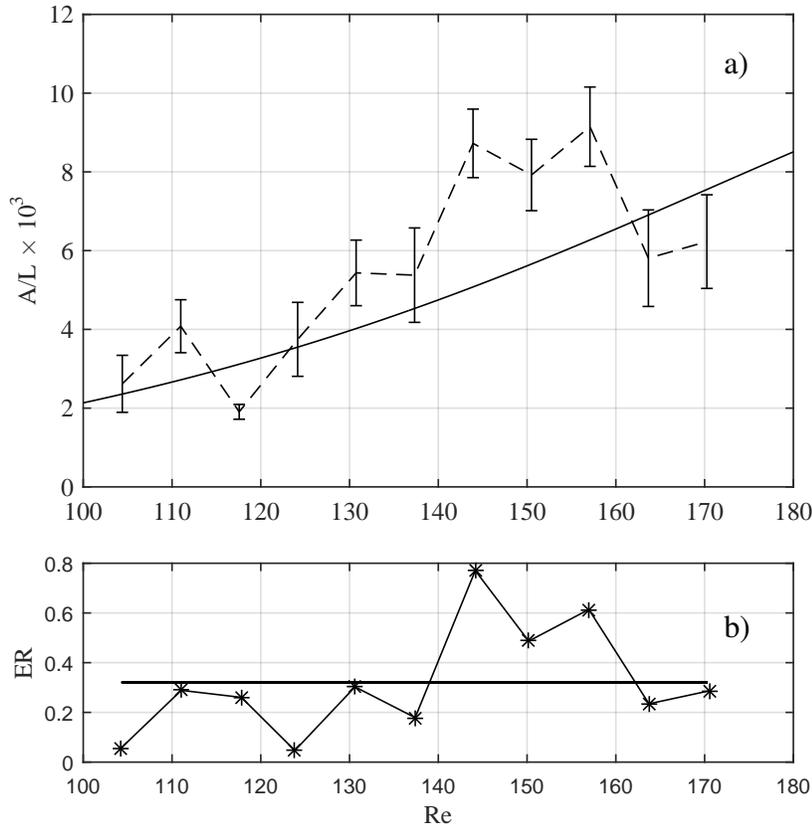


Figura 4.1: (a) Evolución de la amplitud A del extremo libre de la placa flexible adimensionalizada por la longitud de la placa L en función del número de Reynolds Re . Solución predicha por el modelo teórico de Alben (2010) (—) y los valores obtenidos experimentalmente (---). (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR) (—).

exacta la posición del centro del remolino cuando está pasando al lado del extremo de la placa. Una caracterización cuantitativa del flujo por medio del PIV permitiría dar una posición precisa de los vórtices. Por otra parte, los dos puntos fuera de la curva experimental provienen de que las señales de los vórtices sobre una línea no mostraron un contraste adecuado en los diagramas espacio-temporales de estos puntos.

De la misma manera que para la serie de experimentos a Re variable, el modelo arrojó los resultados para la serie de experimentos de longitud L variable. Otra vez, la concordancia no es perfecta, el ECMR en este caso es del 52% (figura 4.3b) siendo un error mayor que para Re variable, pero el orden de magnitud es el mismo. Además, en esta serie de experimentos, el pico experimental es confirmado por el modelo teórico como se muestra en la figura 4.3a. Tanto la amplitud experimental como la amplitud teórica tienen un máximo para una

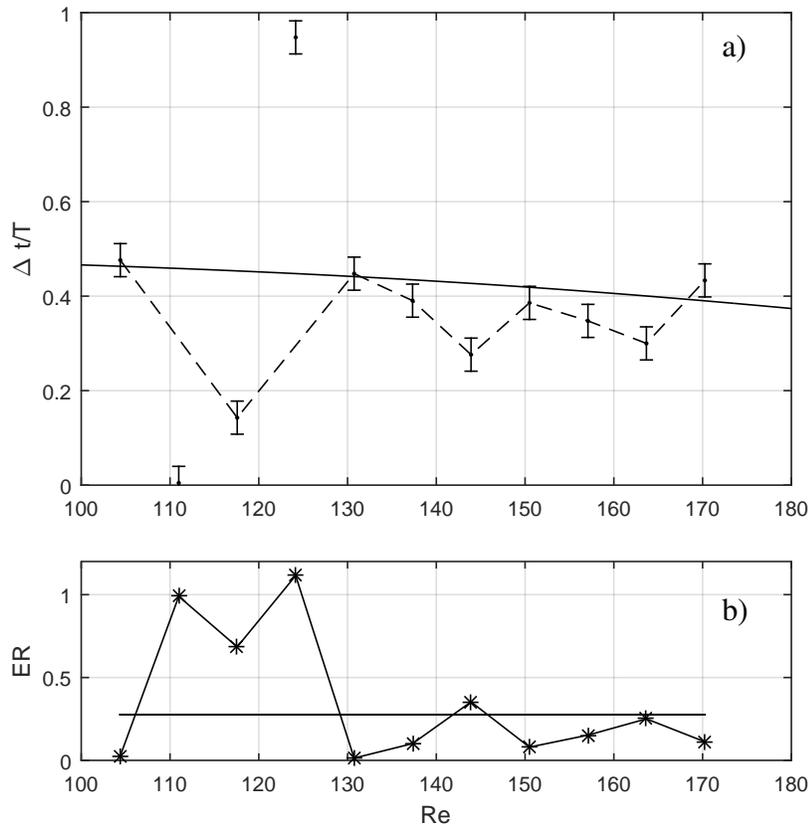


Figura 4.2: (a) Evolución de la diferencia de fase $\Delta t/T$ en función del número de Reynolds Re . (—) representa la solución de las ecuaciones de Alben (2010) y (---) los valores experimentalmente. (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR) (—).

longitud $L \simeq \lambda$. Un mayor desacuerdo ocurre para valores bajos de la longitud: la amplitud experimental es más pequeña que la amplitud teórica. En el caso de las placas más cortas, las diferencias pueden deberse que en el caso experimental, el soporte de la placa puede imprimir más rigidez a ésta y disminuir la deflexión que sufre la placa en presencia de los vórtices. Aún así los valores de la amplitud tienen el mismo orden de magnitud y cuentan con un máximo para la amplitud respecto a L .

Finalmente la comparación de la diferencia de fase para L variable entre el modelo y los resultados experimentales se muestran en la figura 4.4a. La solución de las ecuaciones muestran valores de la diferencia de fase $\Delta t/T < 0.3$ para $L/\lambda < 1.2$, mientras que ocurre un cambio drástico cuando $\Delta t/T > 0.8$ para $L/\lambda > 1.2$. Los resultados experimentales tienen un comportamiento similar para $L/\lambda < 1$, pero el incremento en la diferencia de fase es menor que en el modelo. En este caso el ECMR es de 50% como se muestra en la figura 4.4b.

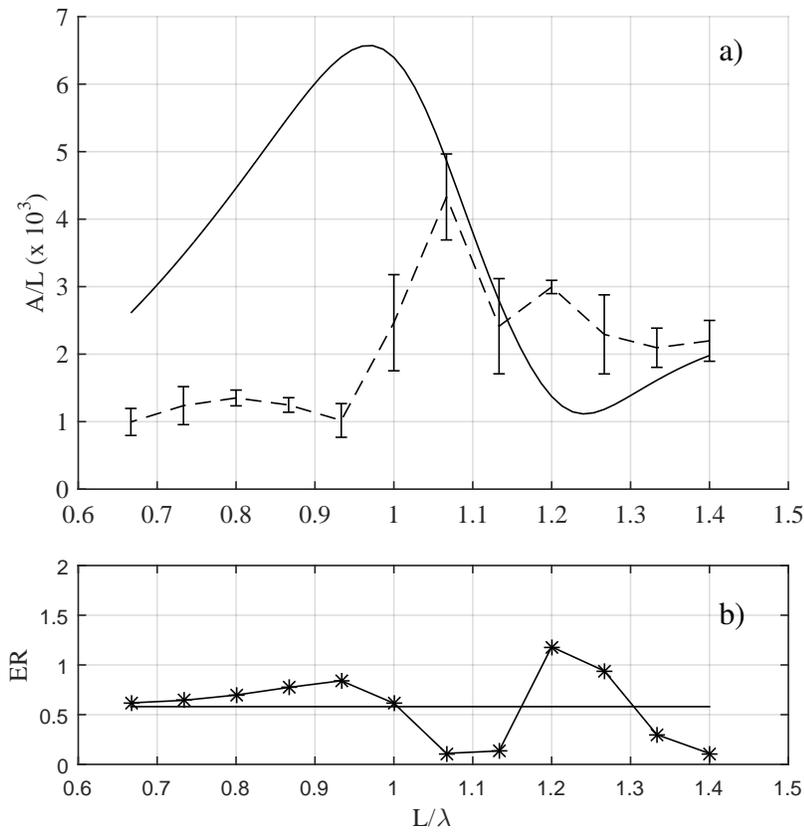


Figura 4.3: (a) Evolución de la amplitud de oscilación de la placa para L variable, (—) es solución de las ecuaciones de Alben (2010) y (---) los valores obtenidos experimentalmente. (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*—) y error cuadrático medio relativo (ECMR)(—).

Igual que en el caso de Re variable, esto puede deberse a que el método de visualización por óxido de estaño no permite definir perfectamente el paso del centro del vórtice. Además, en algunos casos en el diagrama espacio-temporal ciertas regiones no representan el paso de los vórtices perfectamente, ya que el estaño no se desprende necesariamente de manera continua o bien la iluminación pudo no ser suficiente en algunas de las regiones de muestreo.

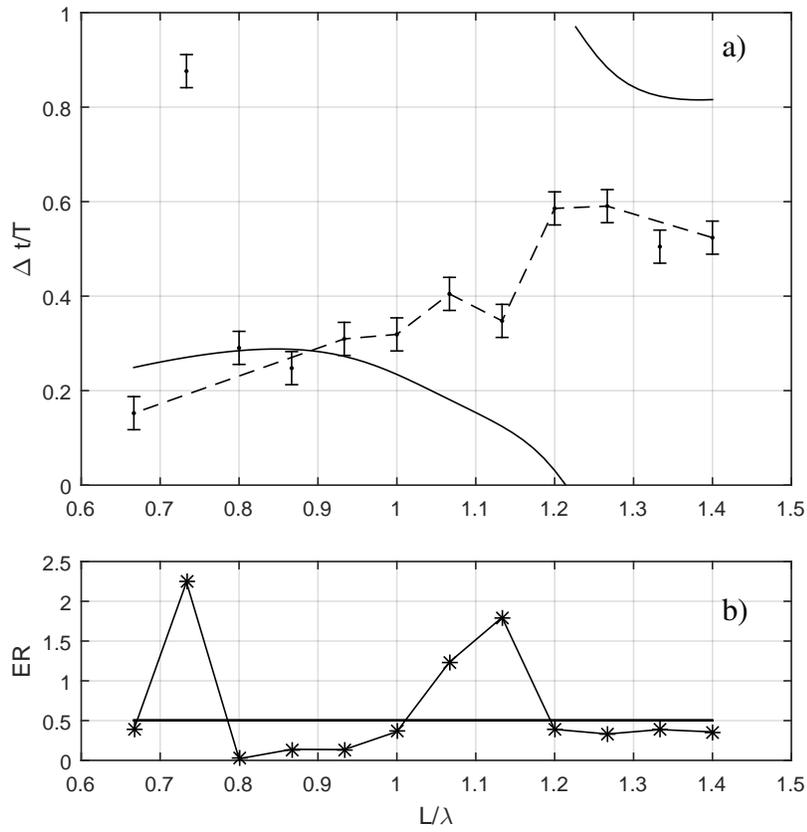


Figura 4.4: (a) Evolución la diferencia de fase para L variable, (—) la diferencia de fase del modelo es representado. Los valores obtenidos experimentalmente (---). (b) Error relativo absoluto (ER) de los datos respecto a la curva teórica (*-) y error cuadrático medio relativo (ECMR) (—).

Capítulo 5

Conclusiones

En el presente trabajo se realizaron tres series de experimentos. La primera es el estudio experimental de la calle de von Kármán generada por un cilindro dentro de un flujo de agua. Estos experimentos fueron realizados con la finalidad de corroborar que el arreglo experimental y las condiciones en las que se realizaron eran las adecuadas. Los experimentos fueron analizados graficando diagramas espacio-temporales y calculando los coeficientes de Fourier. Las frecuencias características de los vórtices se determinaron a partir de los espectros para diferentes valores del número de Reynolds y para dos cilindros de diferentes diámetros. La relación Strouhal-Reynolds de los puntos experimentales indicó concordancia con las curvas obtenidas por Fey et al. (1998) y Williamson (1988a). Por lo tanto se consideran adecuadas las condiciones experimentales utilizadas para el desarrollo de los siguientes experimentos.

La segunda serie de experimentos consistió en estudiar la interacción de los vórtices de von Kármán con una placa flexible fijada en un extremo y libre del otro, fijando la longitud ($L = 6.5 \text{ cm}$) de la placa y variando el número de Reynolds. Se prestó atención en quedarse fuera de zonas de discontinuidades en la relación Strouhal-Reynolds. En este caso también se utilizaron diagramas espacio-temporales para el análisis de las frecuencias características tanto del desprendimiento de los vórtices como de la oscilación de la placa.

Se determinó la amplitud de oscilación de la placa por medio de la señal filtrada con un filtro pasa-banda y la diferencia de fase respecto al paso de los vórtices con la correlación cruzada. Se compararon entonces los resultados con la solución teórica de Alben (2010) a través de un código desarrollado por Dr. Stefan Llewellyn Smith de la Universidad de California San Diego (UCSD), con quien se trabaja en colaboración para el análisis del presente trabajo. Los resultados mostraron que:

- Las frecuencias características de la placa flexible y de los vórtices son iguales y ligeramente menores a la frecuencia natural de los vórtices (en ausencia de la placa).
- La amplitud de oscilación de la placa en presencia de los vórtices tiende a aumentar ligeramente de $A = 2$ a $8 \times 10^{-3} L$ al aumentar el número de Reynolds de $Re = 100$ a

170. Esta variación de la amplitud tiene el mismo comportamiento que el descrito por la solución teórica de Alben (2010).

- La oscilación de la placa y el desprendimiento de los vórtices tienen una diferencia de fase casi constante y concuerda con la solución de las ecuaciones de Alben (2010).
- Todos los puntos de la placa están en fase, es decir que la longitud de onda de la placa es mucho mayor que la longitud de la placa.

En la última serie de experimentos, se estudió la influencia de los vórtices de von Kármán con placas de diferentes longitudes, fijando un valor del número de Reynolds igual a 130. En este caso también, se generaron diagramas espacio-temporales y los coeficientes del espectro de Fourier y se determinó la amplitud de oscilación de la placa y la diferencia de fase entre la placa y los vórtices. También se calcularon estos parámetros con las soluciones de Alben (2010) y se compararon con los resultados experimentales. Del estudio de esta serie de experimentos se concluye que:

- Para una placa de longitud cercana a la longitud de onda de los vórtices, el extremo libre tiene una amplitud máxima de oscilación, tanto en los experimentos como en la predicción teórica. Es importante mencionar que debido a que la placa oscila con una frecuencia distinta a la frecuencia propia natural de esta y que la fase no presenta un comportamiento característico en el pico máximo, a priori este aumento en la amplitud no se debe a una resonancia.
- La diferencia de fase de la oscilación de la placa respecto a los vórtices tiene una gran variación en función de la longitud de la placa.

Los resultados permiten concluir que para los experimentos con Re variable existe una consistencia respecto a la teoría, donde las diferencias pueden deberse a las debilidades de la técnica de visualización para el caso de los presentes experimentos donde ayudaría localizar mejor el centro del remolino. Sin embargo para L variable los errores son mayores, en este caso se considera que no solo la técnica puede influir en el error sino que también la modificación que puede causar el soporte para las placas de longitudes menores utilizadas.

El presente trabajo permitió caracterizar la respuesta experimental de una placa flexible que interacciona con los vórtices de von Kármán para valores del número de $100 \leq Re \leq 180$. Estos valores permiten despreciar la inestabilidad aeroelástica que se desarrollaría en flujos de intensidad mayor. Esto permitió comparar los resultados experimentales con las soluciones del modelo teórico de Alben (2010).

Perspectivas de trabajo

Como ya se mencionó antes, la técnica de visualización de los vórtices por oxidación de estaño es un método cualitativo, más no cuantitativo, por lo tanto la señal de los vórtices es

cualitativa. Pero la deflexión transversal de la placa flexible $h(x, t)$ si es un dato cuantitativo. Debido a que la señal de los vórtices tiene menor precisión, se considera que la diferencia de fase entre las dos señales puede tener entonces una incertidumbre importante. Una manera de mejorar los resultados es utilizando la técnica de PIV del flujo alrededor de la placa.

La caracterización cuantitativa del flujo tendría otros beneficios. El modelo tiene como parámetros de entrada la circulación de los vórtices, así como su espaciado transversal b y la longitud de onda λ . Si bien se pudo estimar λ y b , la circulación se calculó a partir de estudios anteriores realizados sin la placa flexible. Y se observó que la placa flexible modifica completamente b (se duplica prácticamente su valor en presencia de la placa). Entonces, el PIV permitiría también caracterizar la circulación Γ para los experimentos.

En este trabajo de tesis, dos parámetros fueron variados que fueron la intensidad del flujo y la longitud de la placa. Otros experimentos podrían ser llevados a cabo con una placa más flexible y con vórtices más intensos. Se comentó que hubo límites en la longitud de la placa por la sección transversal del canal: en este caso, las placas de longitudes $L > 1.5\lambda$ se pegaban a las paredes del canal. Sin embargo, vórtices más intensos podrían ser generados por medio de obstáculos planos como en los experimentos de Beal et al. (2006) o Allen y Smits (2001) y probablemente puedan mantener recta la placa para longitudes mayores.

Finalmente, los peces y aves pueden avanzar sin gastar energía detrás de otros individuos que generan vórtices de von Kármán invertidos, es decir vórtices que giran en sentido contrario. Otra configuración experimental sería entonces estudiar la oscilación de una placa detrás de una aleta oscilante que genere estos vórtices. La medición de la fuerza de arrastre o de empuje por medio de un sensor de fuerza fijado en el borde de ataque de la placa.

Bibliografía

- [1] ALBEN, S. The flapping-flag instability as a nonlinear eigenvalue problem. *Phys. Fluids* 20, 10 (2008), 104106.
- [2] ALBEN, S. Passive and active bodies in vortex-street wakes. *J. Fluid Mech.* 642 (2010), 95–125.
- [3] ALLEN, J., AND SMITS, A. Energy harvesting eel. *J. Fluids Struct.* 15, 3 (2001), 629–640.
- [4] BARDERA, M. Aplicación de PIV a la medida del coeficiente de resistencia aerodinámica. *Tesis de doctorado. Universidad Complutense de Madrid* (2005).
- [5] BEAL, D., HOVER, F., TRIANTAFYLLOU, M., LIAO, J., AND LAUDER, G. Passive propulsion in vortex wakes. *J. Fluid Mech.* 549 (2006), 385–402.
- [6] BEARMAN, P. On vortex street wakes. *J. Fluid Mech.* 28, 04 (1967), 625–641.
- [7] BERGER, E. The determination of the hydrodynamic parameters of a karman vortex street from hot wire measurements at low reynolds number. *Z. Flugwiss* 12 (1964), 41.
- [8] CAMARRI, S., AND GIANNETTI, F. On the inversion of the von Kármán street in the wake of a conned square cylinder. *J. Fluid Mech.* 574 (2007), 169–178.
- [9] EISENLOHR, H., AND ECKELMANN, H. Vortex splitting and its consequences in the vortex street wake of cylinders at low reynolds number. *Phys. Fluids A* 1, 2 (1989), 189–192.
- [10] ELOY, C., KOFMAN, N., AND SCHOUVEILER, L. The origin of hysteresis in the flag instability. *J. Fluid Mech.* 691 (2012), 583–593.
- [11] ELOY, C., SOUILLIEZ, C., AND SCHOUVEILER, L. Flutter of a rectangular plate. *J. Fluids Struct.* 23, 6 (2007), 904–919.
- [12] FEY, U., KÖNIG, M., AND ECKELMANN, H. A new Strouhal-Reynolds number relationship for the circular cylinder in the range $47 < Re < 2 \times 10^5$. *Phys. Fluids* 10, 07 (1998), 1547–1549.

- [13] GASTER, M. Vortex shedding from circular cylinders at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 46, 04 (1971), 749–756.
- [14] GOUJON-DURAND, S., JENFFER, P., AND WESFREID, J. Downstream evolution of the Bénard–von Kármán instability. *Phys. Rev. E* 50, 1 (1994), 308.
- [15] GREEN, R., AND GERRARD, J. Vorticity measurements in the near wake of a circular cylinder at low reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 246 (1993), 675–691.
- [16] HAMMACHE, M., AND GHARIB, M. A novel method to promote parallel vortex shedding in the wake of circular cylinders. *Phys. Fluids A* 1, 10 (1989), 1611–1614.
- [17] HAMMACHE, M., AND GHARIB, M. An experimental study of the parallel and oblique vortex shedding from circular cylinders. *J. Fluid Mech.* 232 (1991), 567–590.
- [18] HODGES, D., AND PIERCE, G. *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*. Cambridge Aerospace Series, 2002.
- [19] HUANG, L. Flutter of cantilevered plates in axial flow. *J. Fluids Struct.* 9 (1995), 127–147.
- [20] KORNECKI, A., DOWELL, E., AND O’BIEN, J. On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow. *J. Sound Vib.* 47 (1976), 163–178.
- [21] KUNDU, P., AND COHEN, I. *Fluid Mechanics*. Elsevier Academic Press, San Diego, 2002.
- [22] LIAO, J., BEAL, D., LAUDER, G., AND TRIANTAFYLLOU, M. The Kármán gait: novel body kinematics of rainbow trout swimming in a vortex street. *J. Exp. Biol.* 206, 6 (2003), 1059–1073.
- [23] MATHIS, C., PROVANSAL, M., AND BOYER, L. The Bénard-von Kármán instability: an experimental study near the threshold. *J. Phys. Lett.* 45, 10 (1984), 483–491.
- [24] MILLER, G., AND WILLIAMSON, C. Control of three-dimensional phase dynamics in a cylinder wake. *Exp. Fluids* 18, 1-2 (1994), 26–35.
- [25] SAFFMAN, P. *Vortex dynamics*. Cambridge University Press, 1992.
- [26] SAHIN, M., AND OWENS, R. A numerical investigation of wall effects up to high blockage ratios on two-dimensional flow past a confined circular cylinder. *Phys. Fluids* 16, 5 (2004), 1305–1320.
- [27] SANDOVAL-HERNÁNDEZ, E., AND CROS, A. Oscillations of a flexible plate immersed in a vortex street. In *Recent Advances in Fluid Dynamics with Environmental Applications*, J. Klapp, L. Sigalotti, A. Medina, A. López, and G. Ruiz-Chavarría, Eds. Springer Verlag, 2016.

-
- [28] SHELLEY, M., VANDENBERGHE, N., AND ZHANG, J. Heavy flags undergo spontaneous oscillations in flowing water. *Phys. Rev. Lett.* 94, 9 (2005), 094302.
- [29] TANEDA, S., HONJI, H., AND TATSUNO, M. The electrolytic precipitation method of flow visualization. *The International Symposium on Flow Visualisation* (1977), 133–138.
- [30] WATANABE, Y., SUGIHARA, M., SUEOKA, Y., AND ISOGAI, K. A theoretical study of paper flutter. *J. Fluids Struct.* 16, 4 (2002b), 543–560.
- [31] WATANABE, Y., SUZUKI, S., SUGIHARA, M., AND SUEOKA, Y. An experimental study of paper flutter. *J. Fluids Struct.* 16, 4 (2002a), 529–542.
- [32] WEIMERSKIRCH, H., MARTIN, J., CLERQUIN, Y., ALEXANDRE, P., AND S, J. Energy saving in flight formation. *Nature* 413 (2001), 697–698.
- [33] WESFREID, J., GOUJON-DURAND, S., AND ZIELINSKA, B. Global mode behavior of the streamwise velocity in wakes. *J. Physique II* 6, 10 (1996), 1343–1357.
- [34] WILLIAMSON, C. Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular cylinder. *Phys. Fluids* 31 (1988a), 2742–2744.
- [35] WILLIAMSON, C. The existence of two stages in the transition to three-dimensionality of a cylinder wake. *Phys. Fluids* 31 (1988b), 3165–3168.
- [36] WILLIAMSON, C. Vortex dynamics in the cylinder wake. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 28, 1 (1996), 477–539.
- [37] YADYKIN, Y., TENETOV, V., AND LEVIN, D. The flow-induced vibration a flexible strip hanging vertically in a parallel flow. Part1: Temporal aeroelastic instability. *J. Fluids Struct.* 15, 8 (2001), 1167–1185.
- [38] ZHANG, H., FEY, U., NOACK, B., KÖNIG, M., AND ECKELMANN, H. On the transition of the cylinder wake. *Phys. Fluids* 7, 4 (1995), 779–794.

Apéndice A

Curvas de calibración del canal de agua para el rango de velocidades intermedias y altas

En este apéndice se presentan las curvas de calibración del canal de agua realizadas a partir de las mediciones con los flujómetros para un rango de velocidades intermedias y altas (ver sección 2.1.2) . La curva de calibración del rango de velocidades intermedias se muestra en la figura A.1. Los puntos se ajustan según una recta definida por la ecuación:

$$v = 0.053 f_B - 0.093. \quad (\text{A.1})$$

En la configuración de las velocidades más altas, la curva de calibración se deduce de los puntos experimentales de la figura A.2 y se escribe como:

$$v = 0.065 f_B - 0.180. \quad (\text{A.2})$$

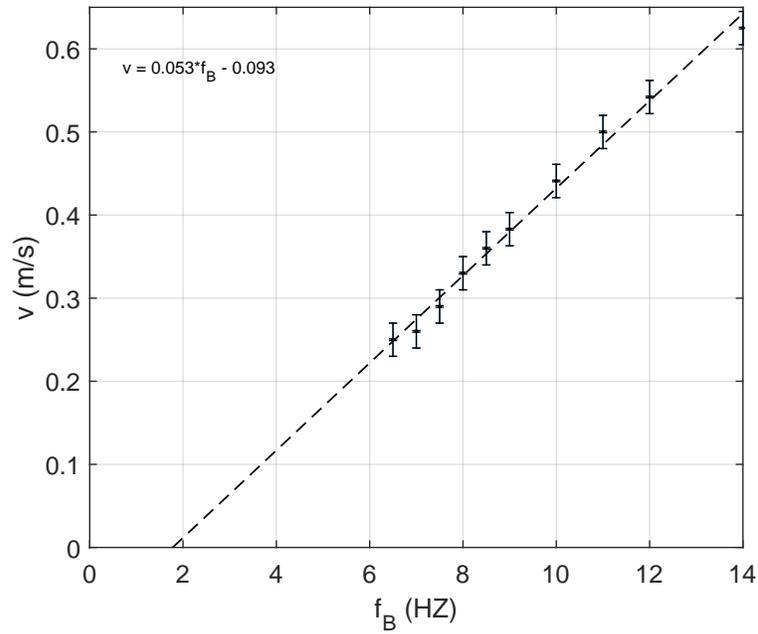


Figura A.1: Curva de calibración de la velocidad del canal de agua para la configuración de velocidades intermedias.

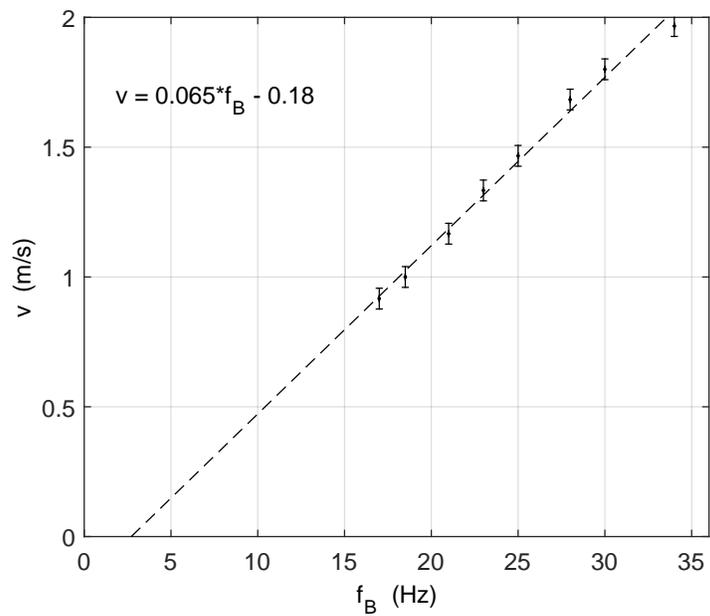


Figura A.2: Curva de calibración de la velocidad del canal de agua para la configuración de velocidades mayores.

Apéndice B

Diagramas espacio-temporales y espectros de frecuencia para Re variable

En este apéndice se muestran todos los Diagramas espacio-temporales y espectros de frecuencias y correlaciones cruzadas para todos los número de Re de los que se realizaron experimentos. En cada imagen se muestra el DST donde las zonas oscuras indican el paso de los vórtices, la línea en el centro que oscila es la posición del extremo libre de la placa, la línea recta blanca en la parte inferior de la imagen es la que se toma para calcular la correlación cruzada con los vórtices(a). A un lado los coeficientes de Fourier calculados línea por línea del DST donde la variación de Intensidad de color muestra la presencia de los vórtices (b). En (c) se muestra el promedio del espectro en (b) para cada frecuencia sin considerar la región del paso de placa para evitar ruido, este espectro corresponde al espectro de frecuencia de los vórtices. En (d) se muestra la señal de la oscilación de la placa y la señal de la placa filtrada con un filtro pasa-banda alrededor de la frecuencia característica para tener una señal más limpia. En (e) se muestra el espectro de Fourier de (d) y sobrepuesto el filtro utilizado. En (f) se muestra la gráfica de la señal filtrada de la oscilación de la placa junto con la señal del paso de los vórtices de la línea tomada de (a), con estas dos señales se calcula la correlación cruzada. Finalmente en (g) se muestra la correlación cruzada calculada y se indica el punto donde es máxima para determinar el tiempo de desfase entre las dos señales.

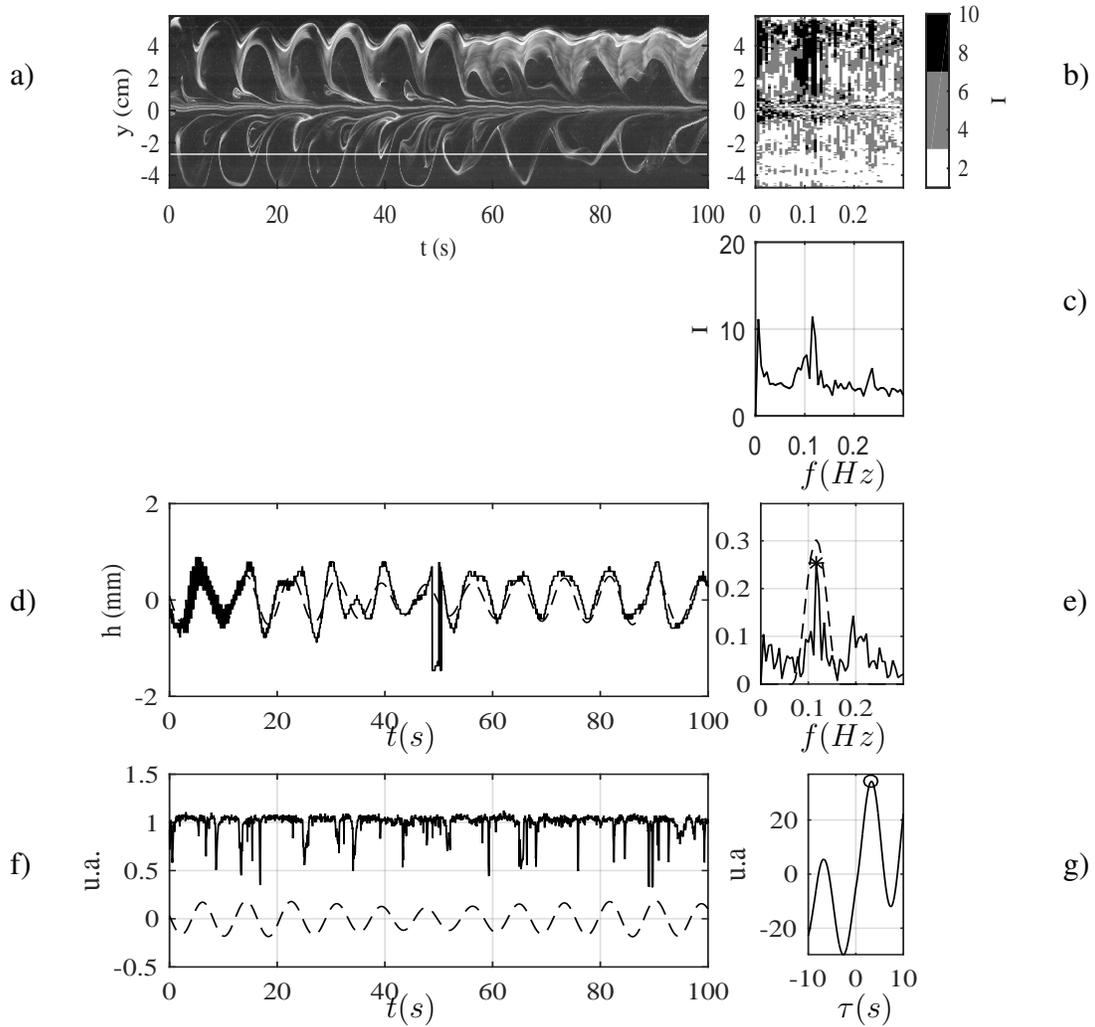


Figura B.1: Señales procesadas para $Re = 106$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

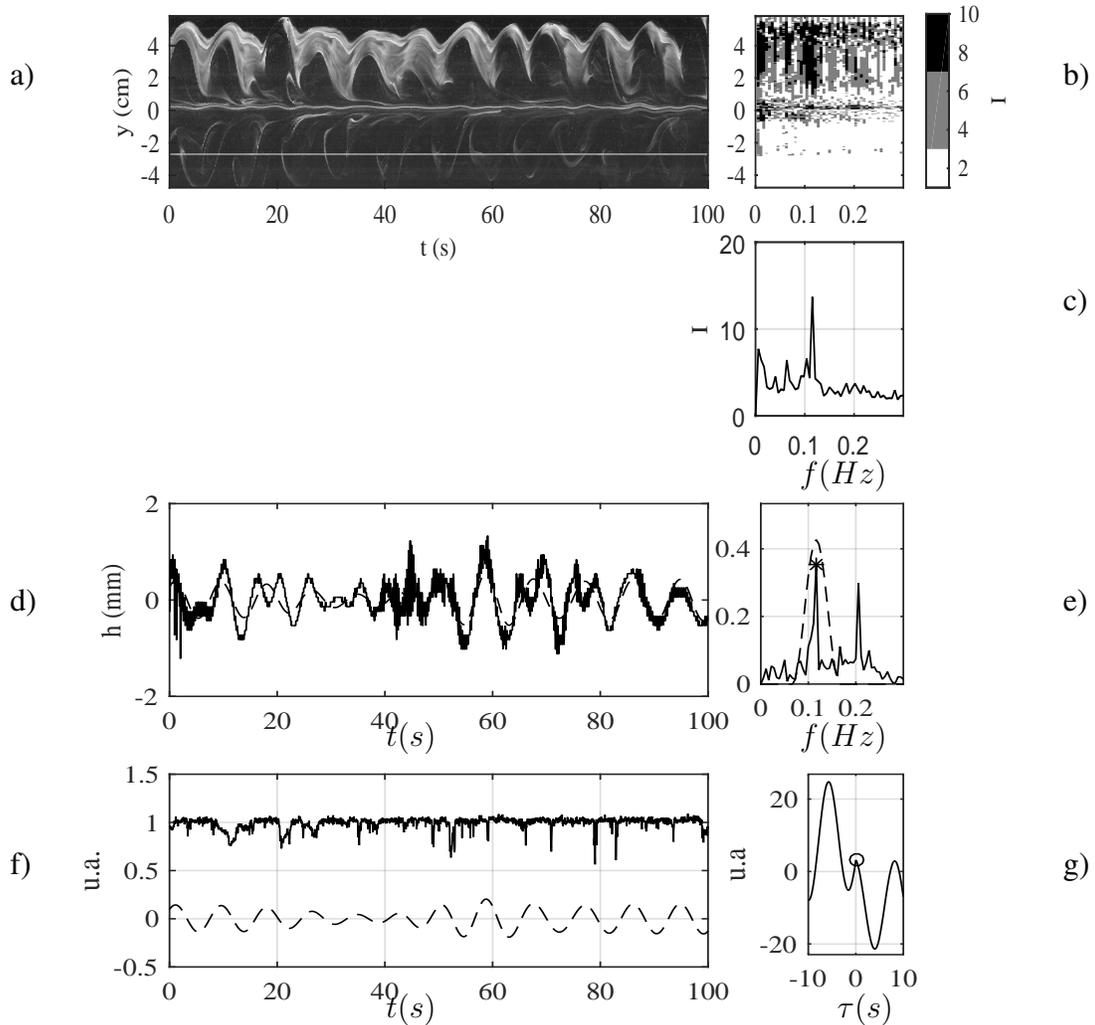


Figura B.2: Señales procesadas para $Re = 111$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

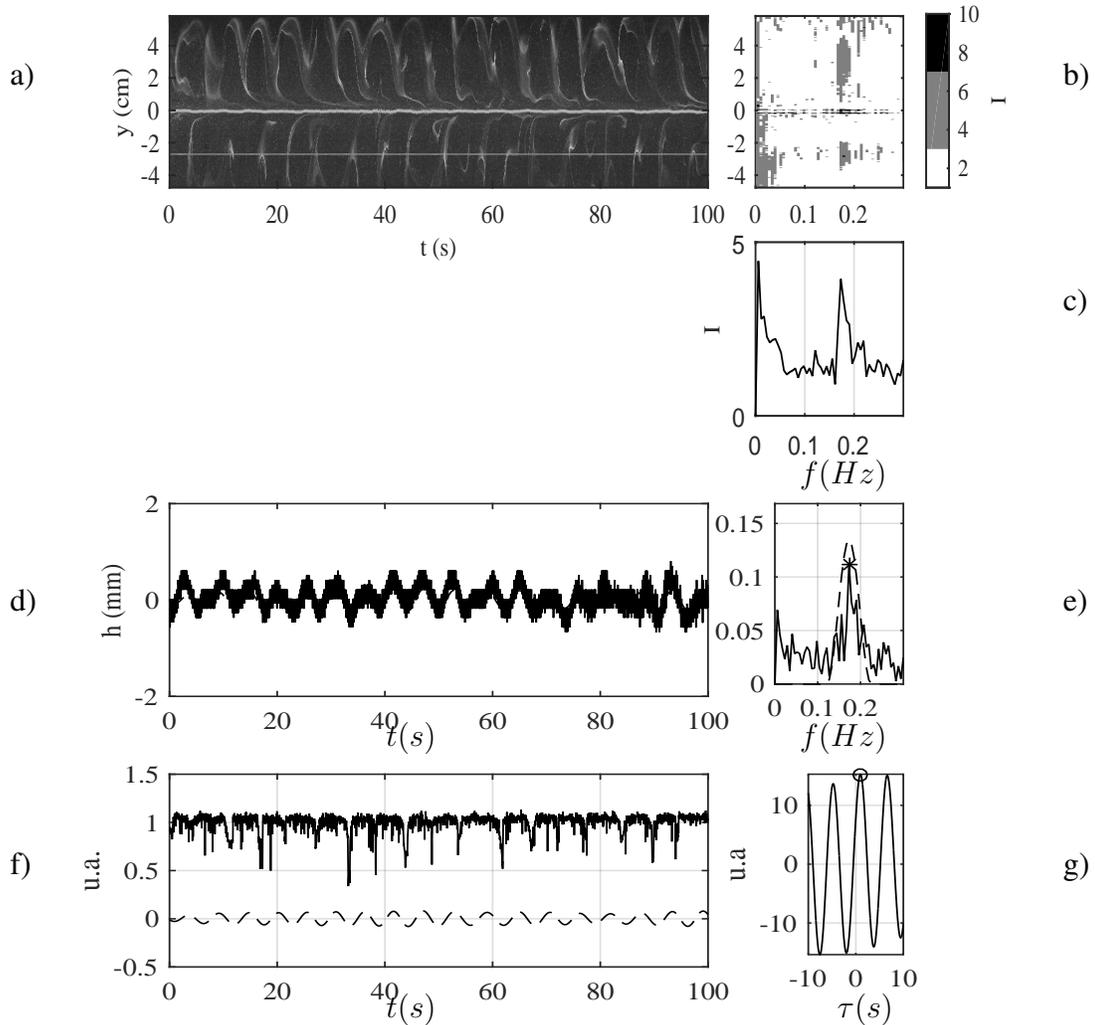


Figura B.3: Señales procesadas para $Re = 118$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

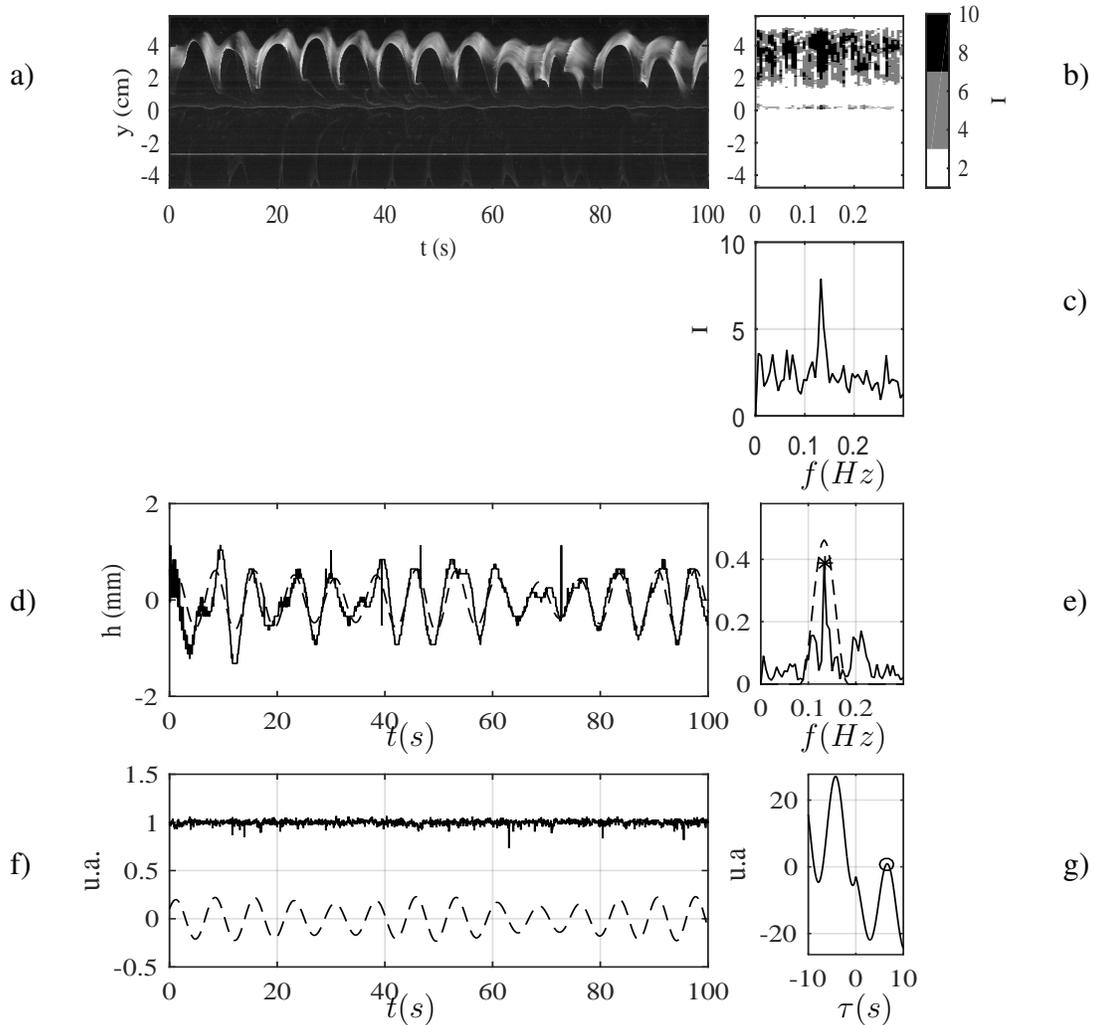


Figura B.4: Señales procesadas para $Re = 124$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

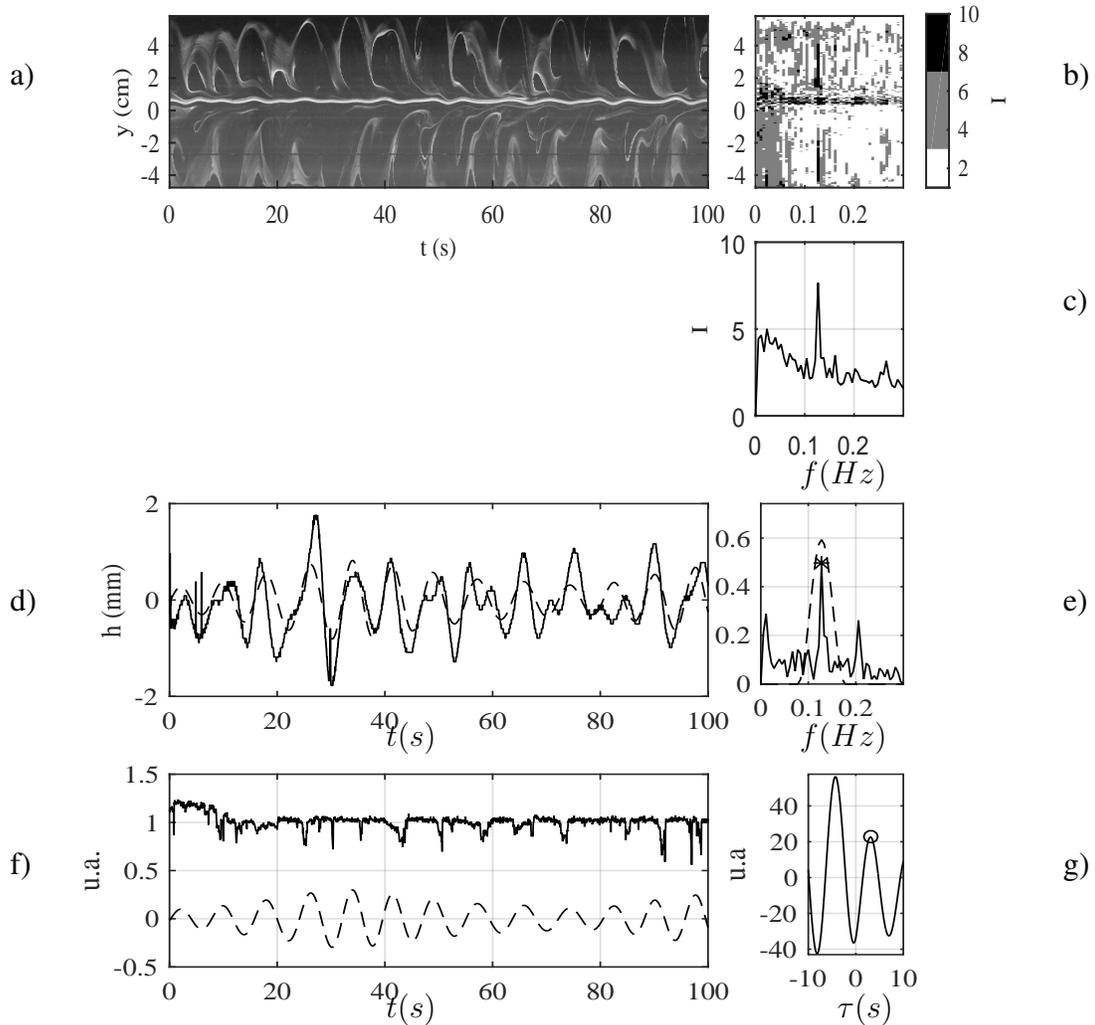


Figura B.5: Señales procesadas para $Re = 130$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

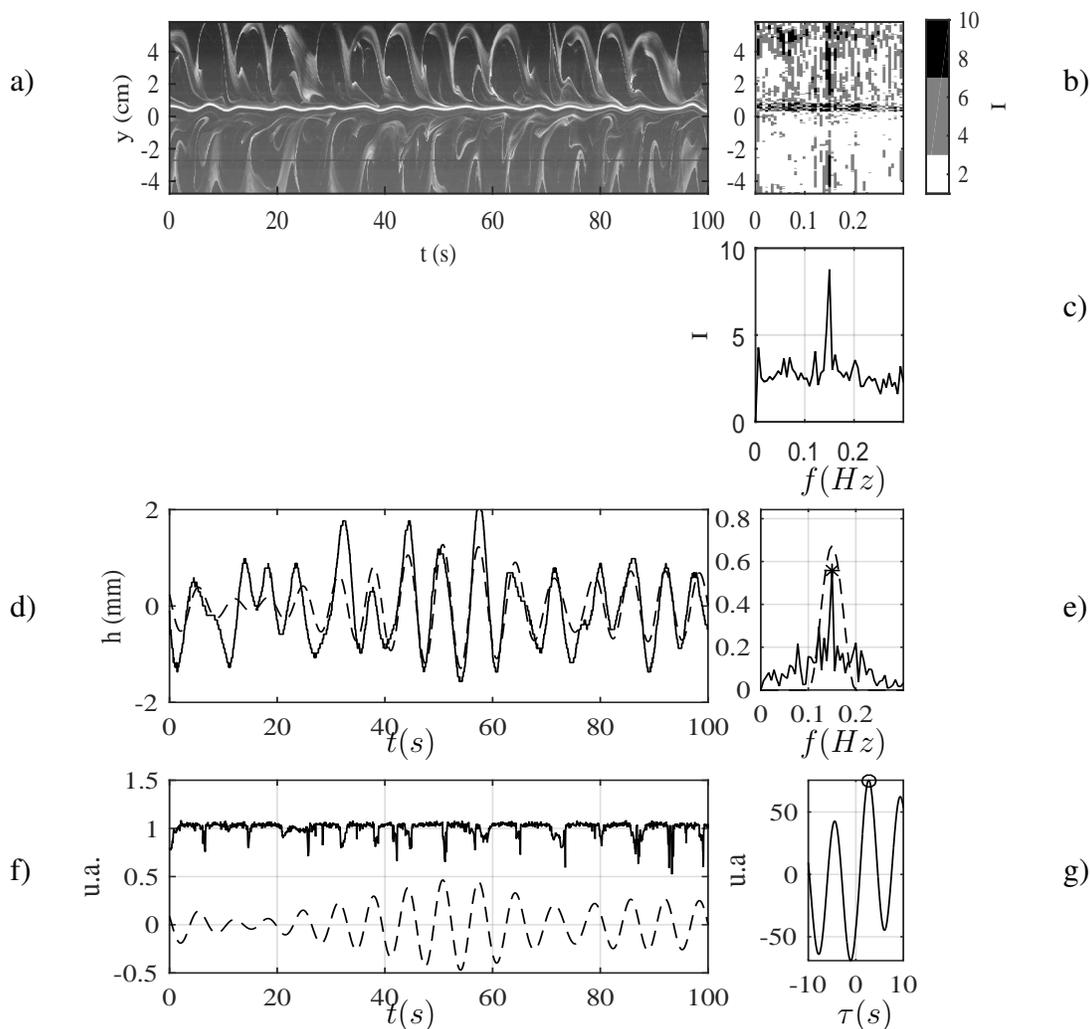


Figura B.6: Señales procesadas para $Re = 137$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

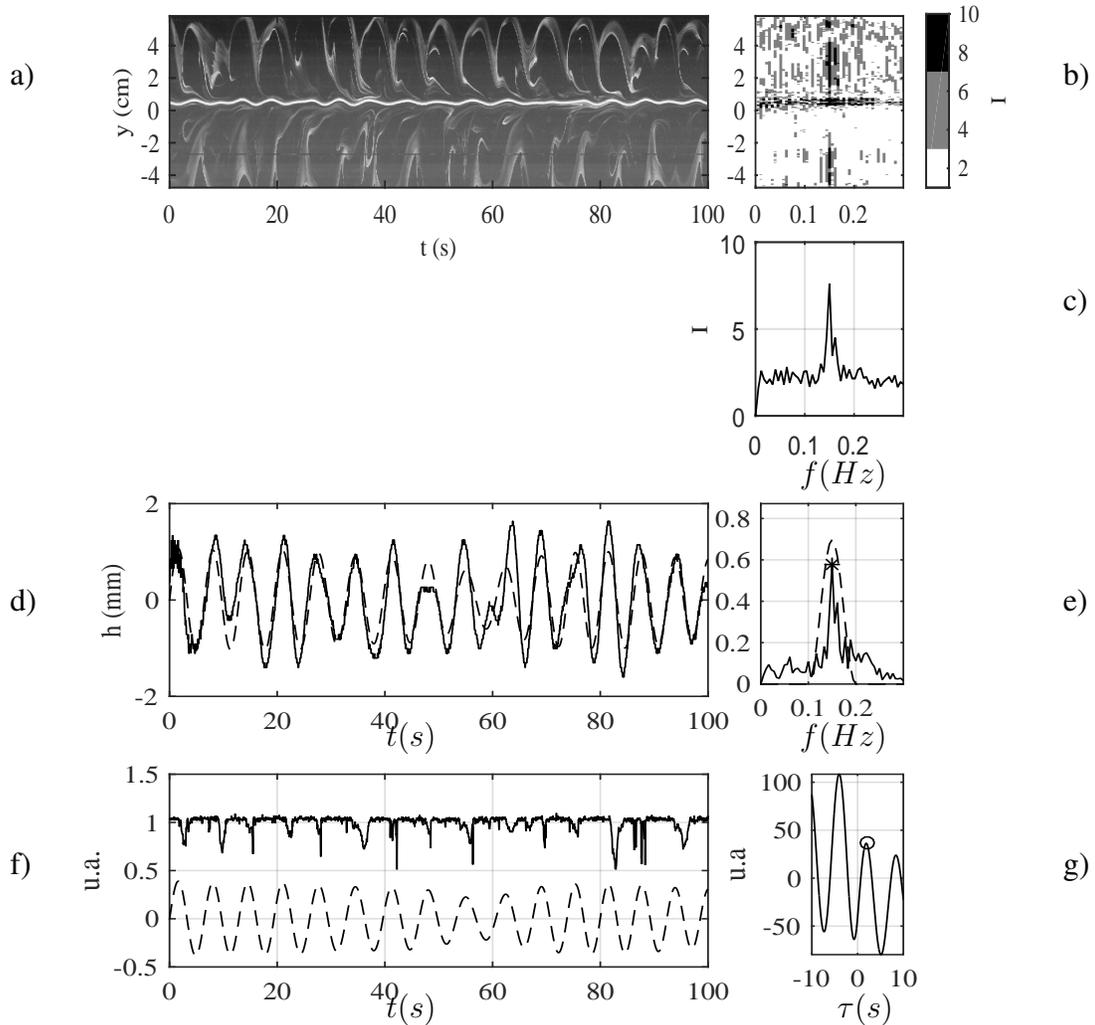


Figura B.7: Señales procesadas para $Re = 144$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

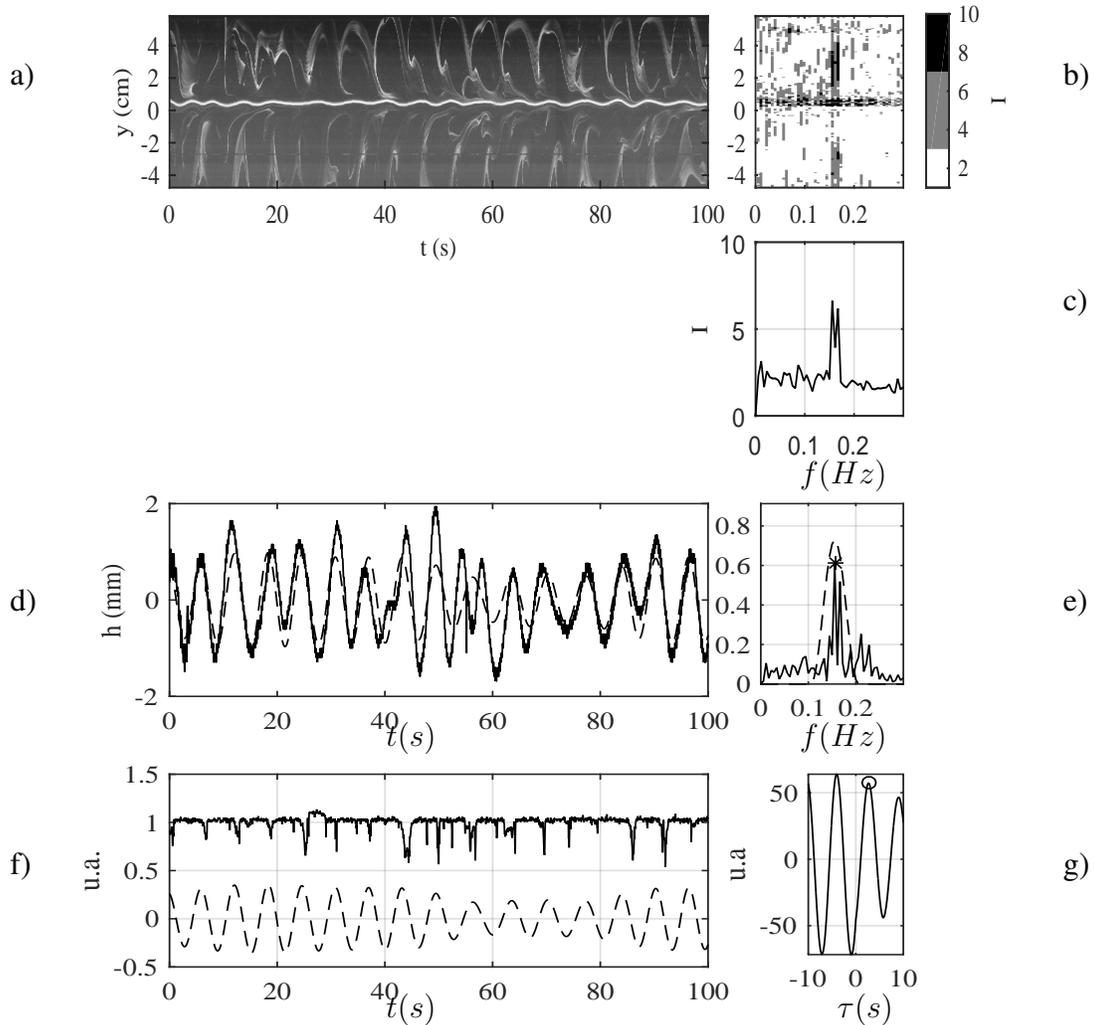


Figura B.8: Señales procesadas para $Re = 150$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

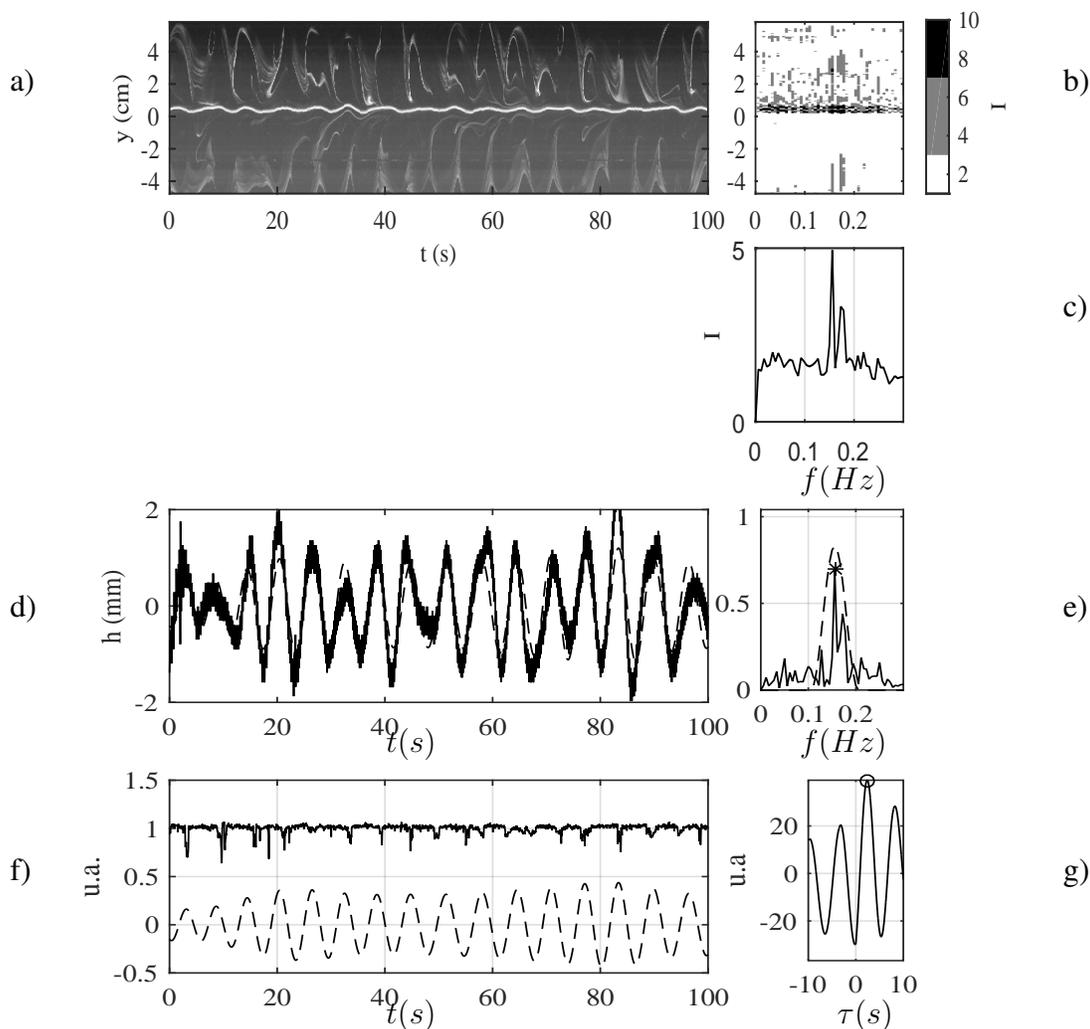


Figura B.9: Señales procesadas para $Re = 157$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

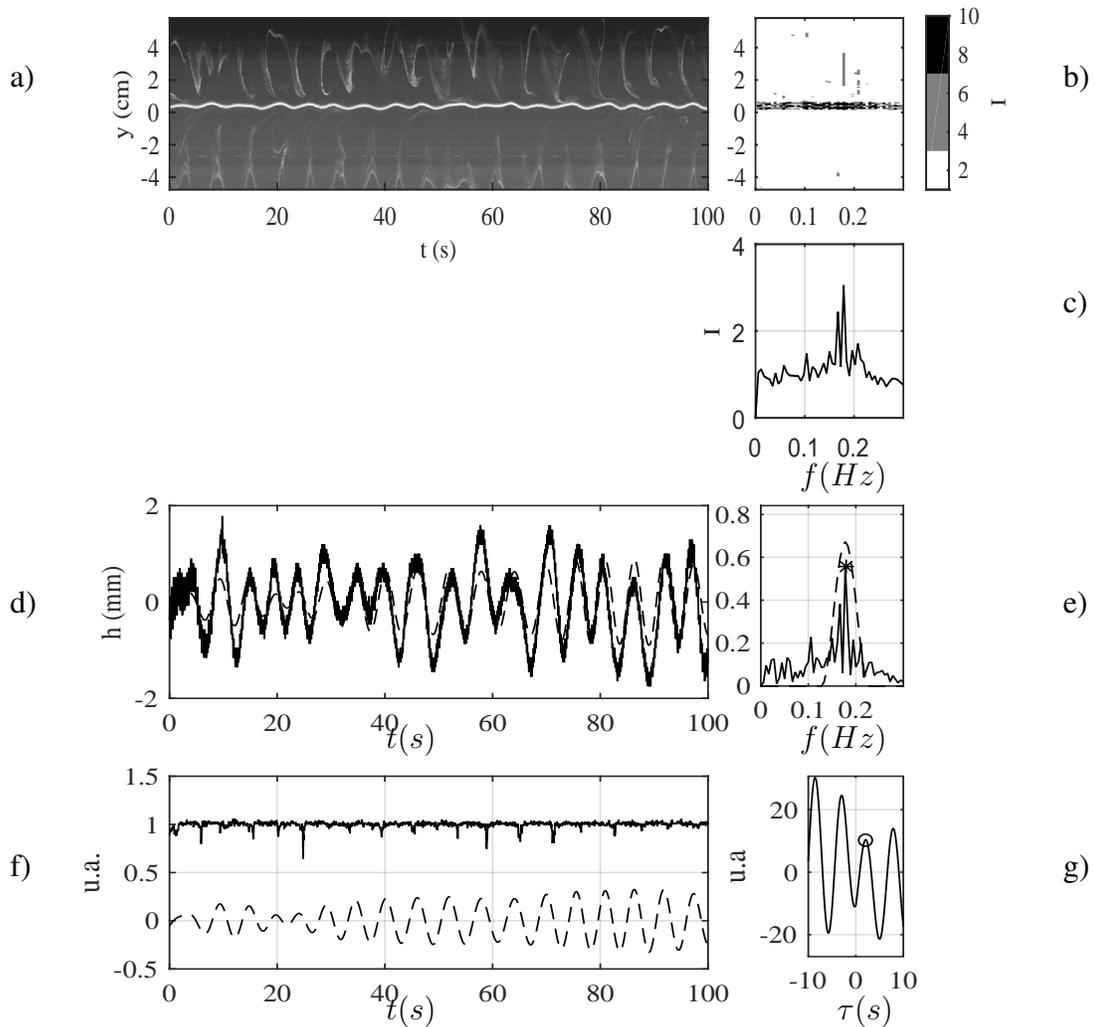


Figura B.10: Señales procesadas para $Re = 164$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

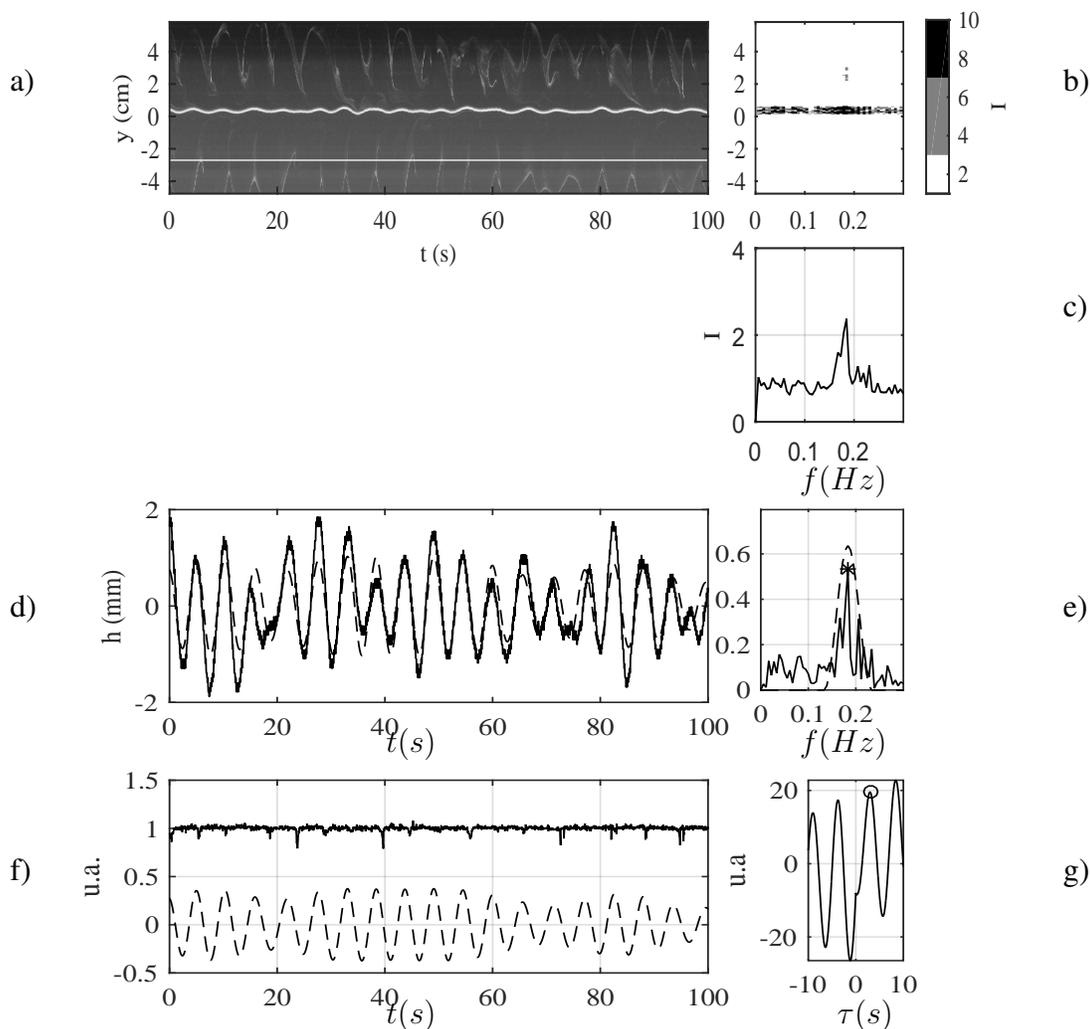


Figura B.11: Señales procesadas para $Re = 170$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (— —) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (— —) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (— —) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

Apéndice C

Diagramas espacio-temporales y espectros de frecuencia para L variable

En este apéndice se muestran todos los Diagramas espacio-temporales y espectros de frecuencias y correlaciones cruzadas de los experimentos de Re fijo y para L variable, en seguida se muestra las graficas para cada valor de L . Las imágenes se tomaron a color para el DST pero en aquí se muestran en escalas de grises. Las imágenes muestran el DST denotados por (a), las zonas oscuras entre las blancas indican el paso de los vórtices, en el centro se observa una línea que oscila, la cual corresponde a la posición del extremo libre de la placa, de la parte inferior del DST remarcada por una línea recta blanca, la cual es utilizada para calcular la correlación cruzada con los vórtices. El espectro de Fourier se calculó línea por línea del DST para cada experimento, variación de Intensidad de color entre blanco y negro indican el paso de los vórtices (b). En (c) se muestra el espectro de frecuencias de los vórtices, calculado a partir del promedio del espectro en (b) para cada frecuencia sin considerar la región del paso de placa para evitar ruido. La señal de la oscilación de la placa y el calculo de la señal de la placa filtrandola con un filtro pasa-banda alrededor de la frecuencia característica para tener una señal sin ruido (d). En (e) se muestra el espectro de Fourier de la señal de la placa y también el filtro utilizado para está. En (f) se grafica la señal filtrada de la posición del extremo libre de la placa junto con la señal de los vórtices representada por la línea tomada de (a), con estas dos señales se calculó la correlación cruzada. Finalmente en (g) se grafica la correlación cruzada e indica el punto donde tiene su máximo dentro del primer periodo (T) para determinar el tiempo de desfase entre las dos señales.

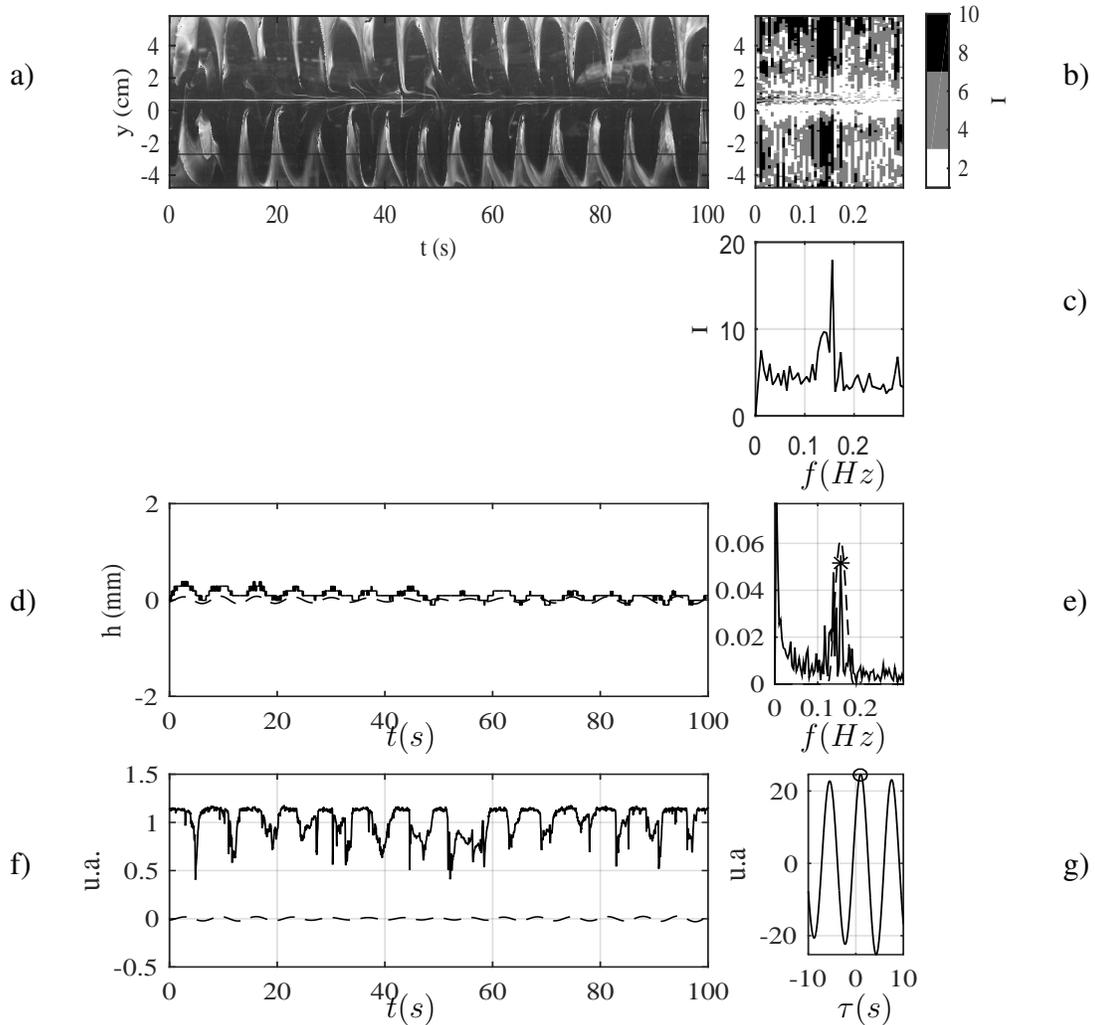


Figura C.1: Señales procesadas para $L = 5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

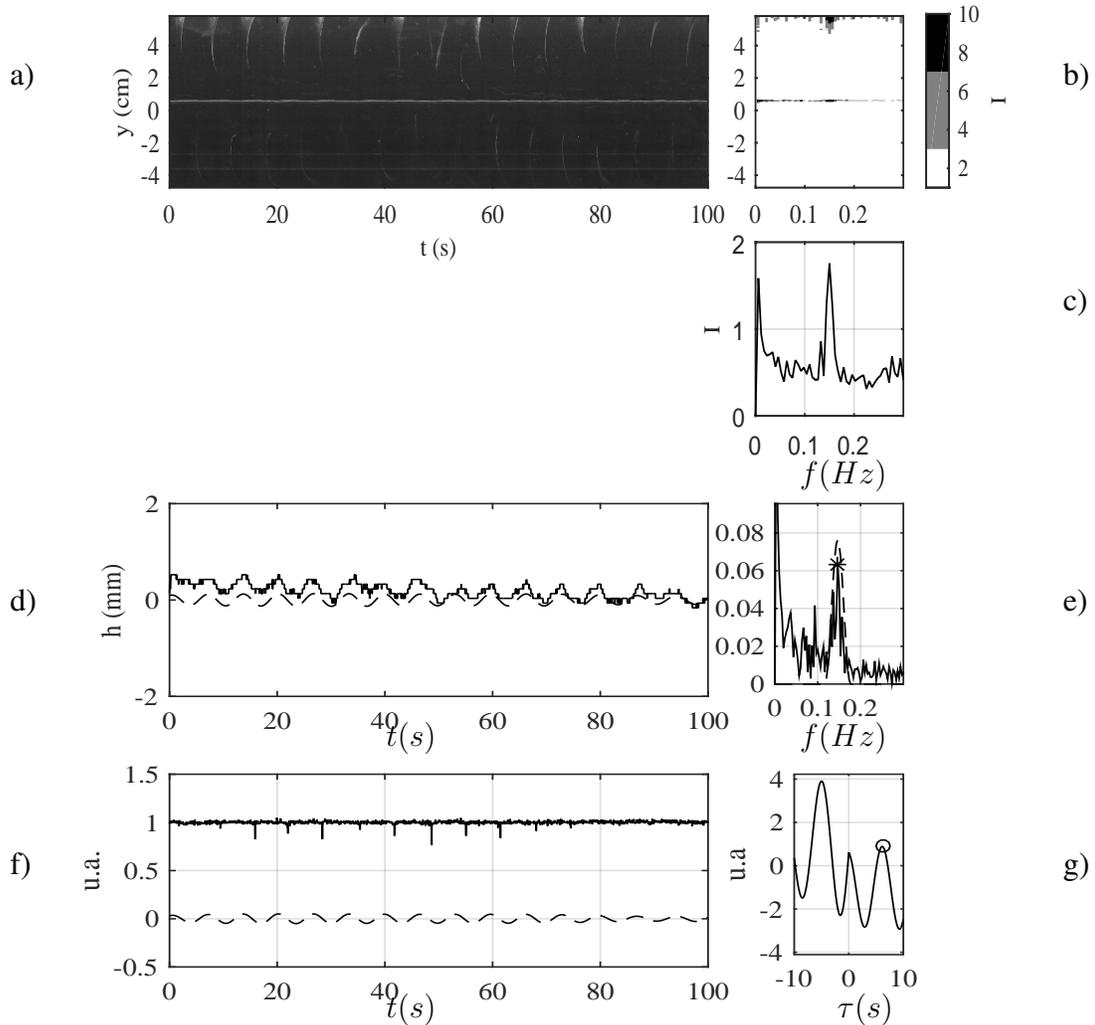


Figura C.2: Señales procesadas para $L = 5.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (---) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (---) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

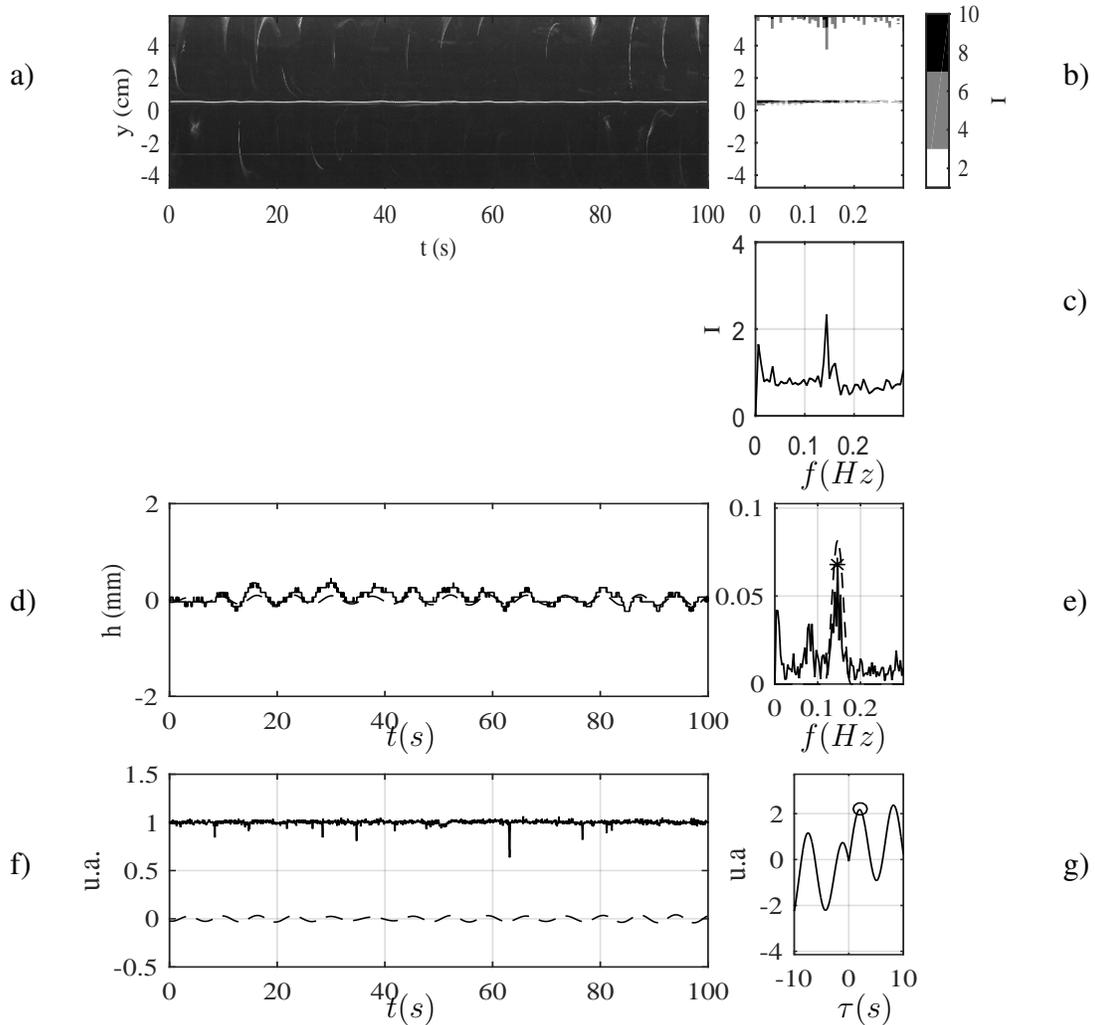


Figura C.3: Señales procesadas para $L = 6 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (---) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (---) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

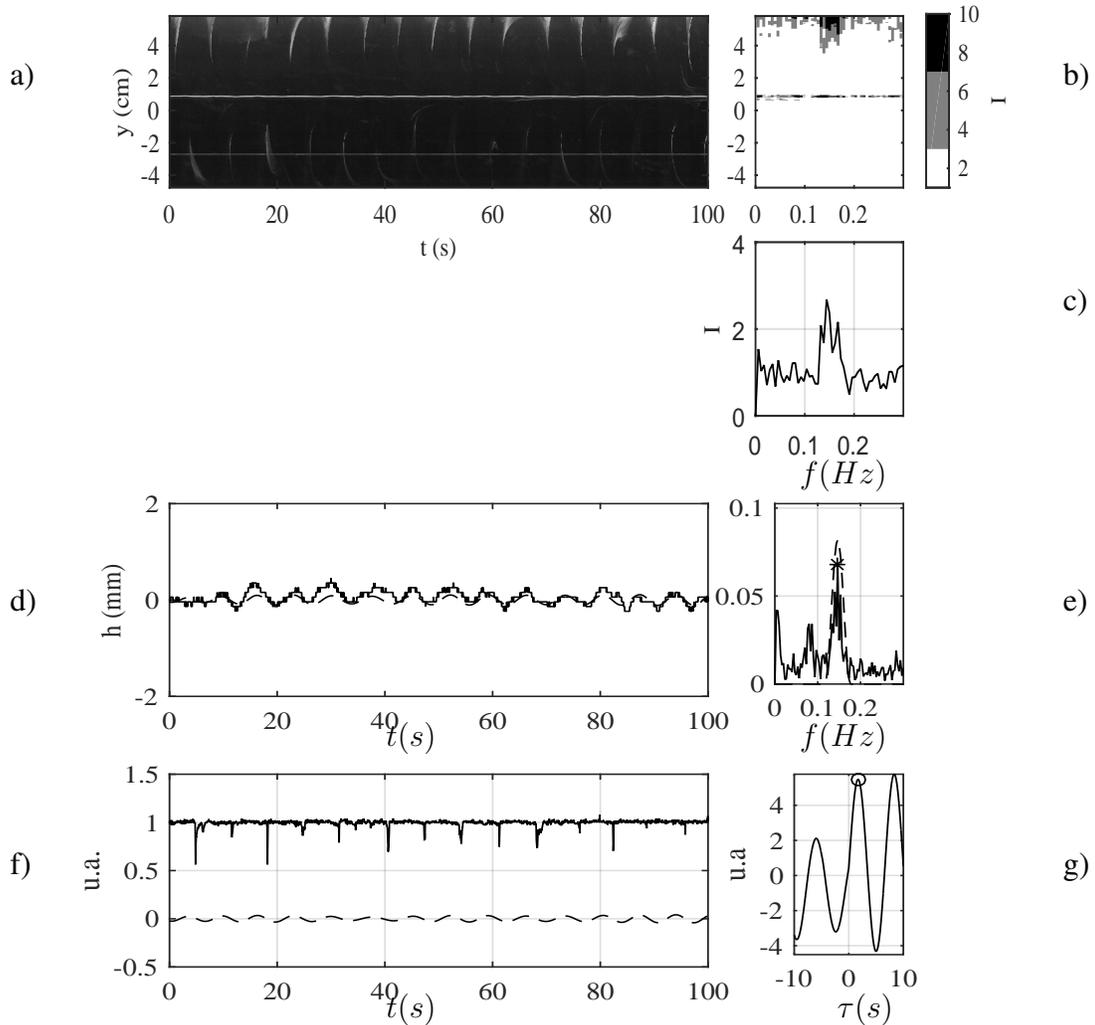


Figura C.4: Señales procesadas para $L = 6.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

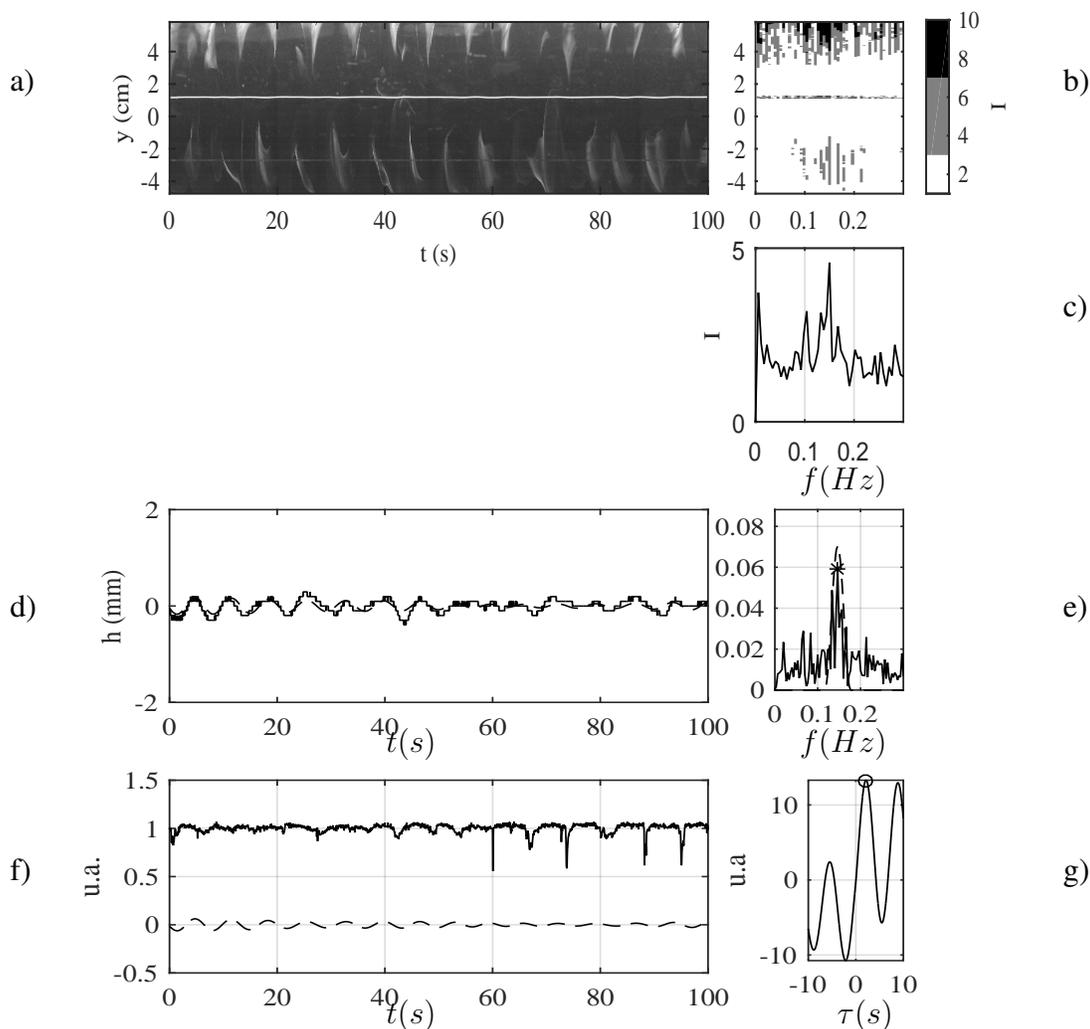


Figura C.5: Señales procesadas para $L = 7 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

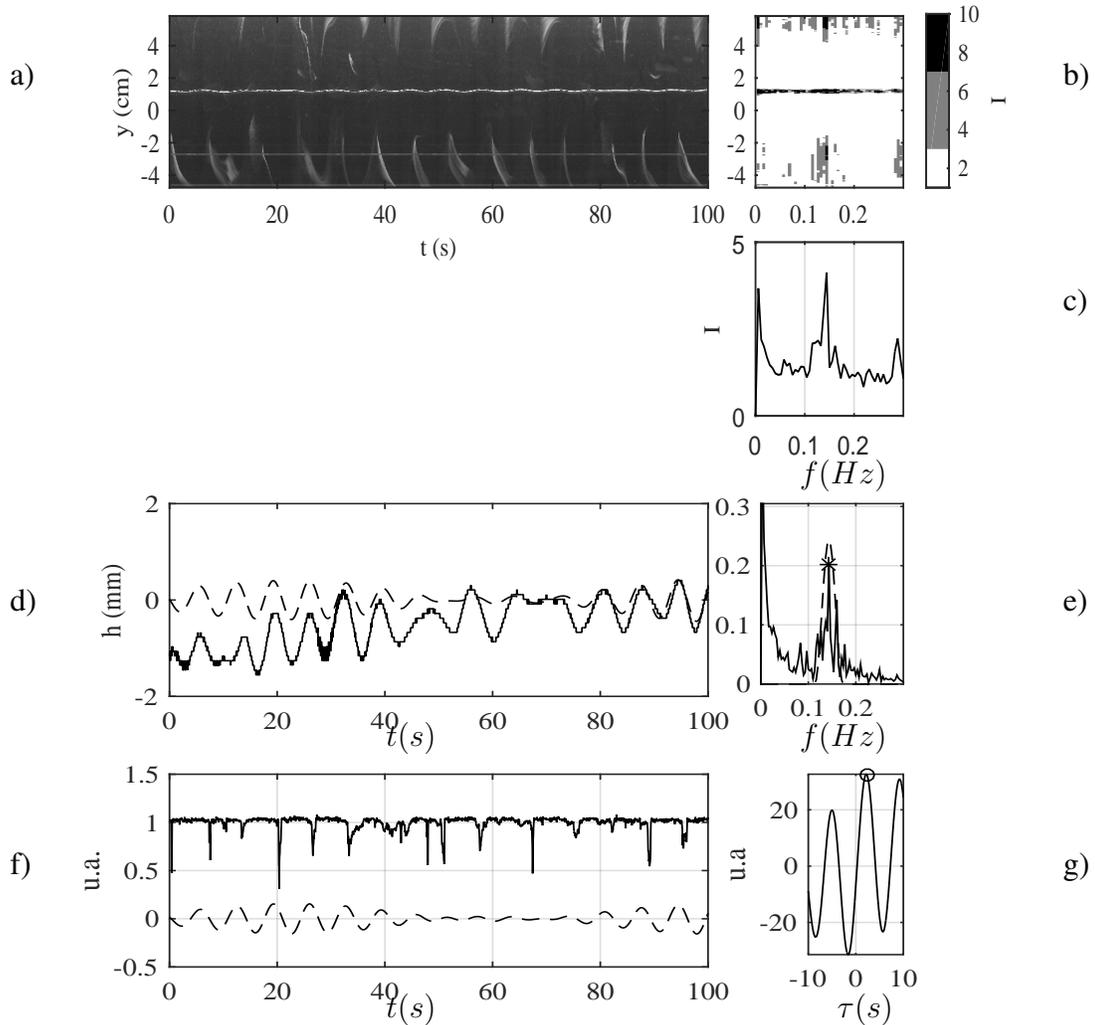


Figura C.6: Señales procesadas para $L = 7.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (---) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

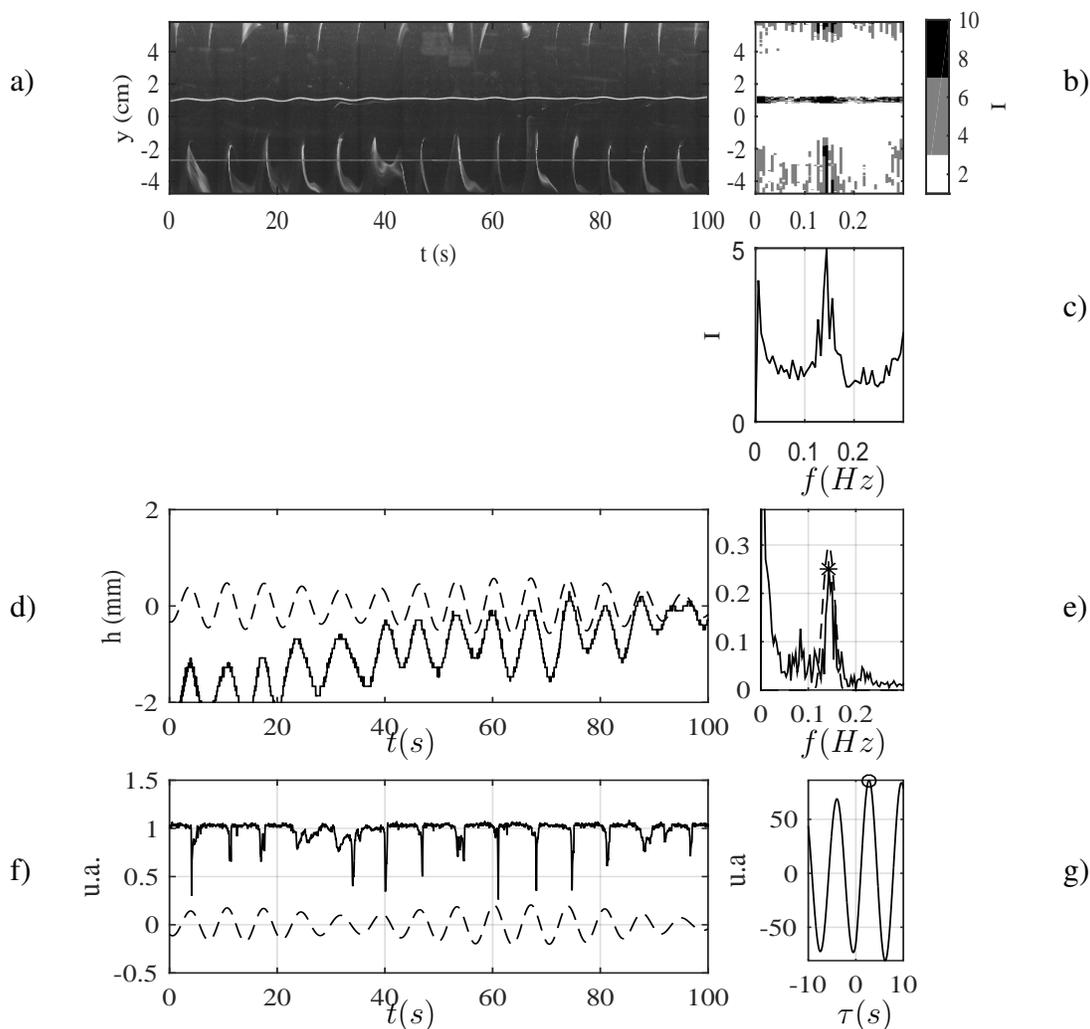


Figura C.7: Señales procesadas para $L = 8 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (---) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (---) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

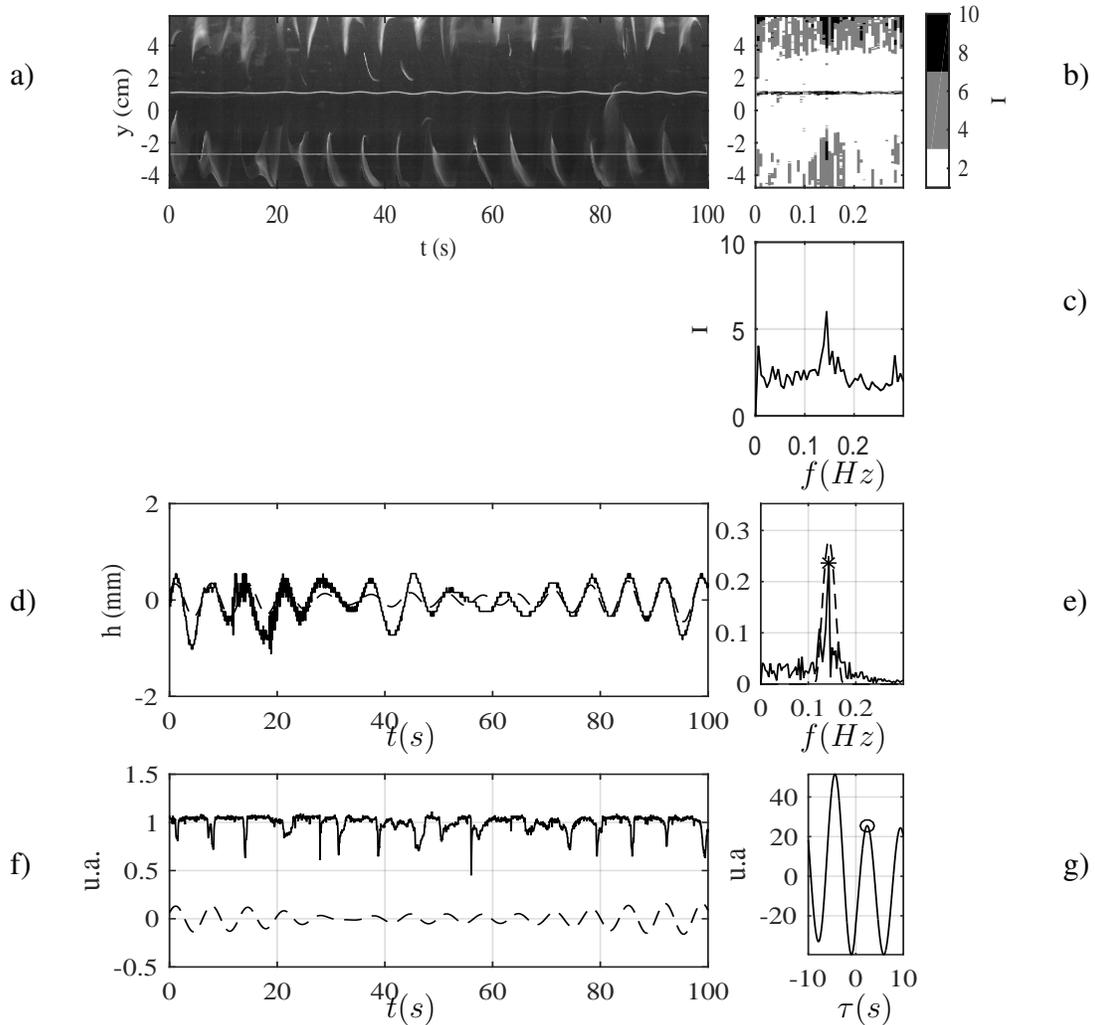


Figura C.8: Señales procesadas para $L = 8.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (---) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (---) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

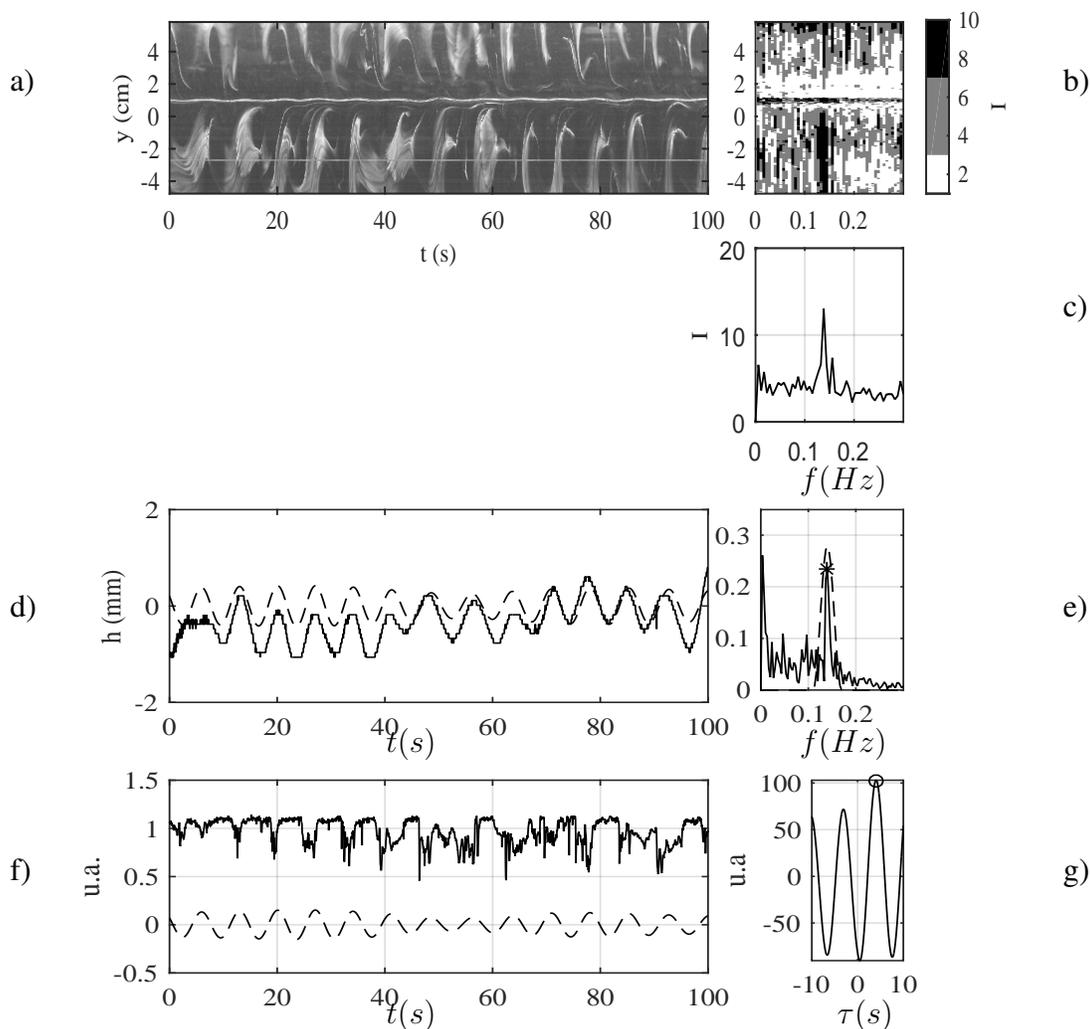


Figura C.9: Señales procesadas para $L = 9 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (---) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (—) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (---) y de la placa (—) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

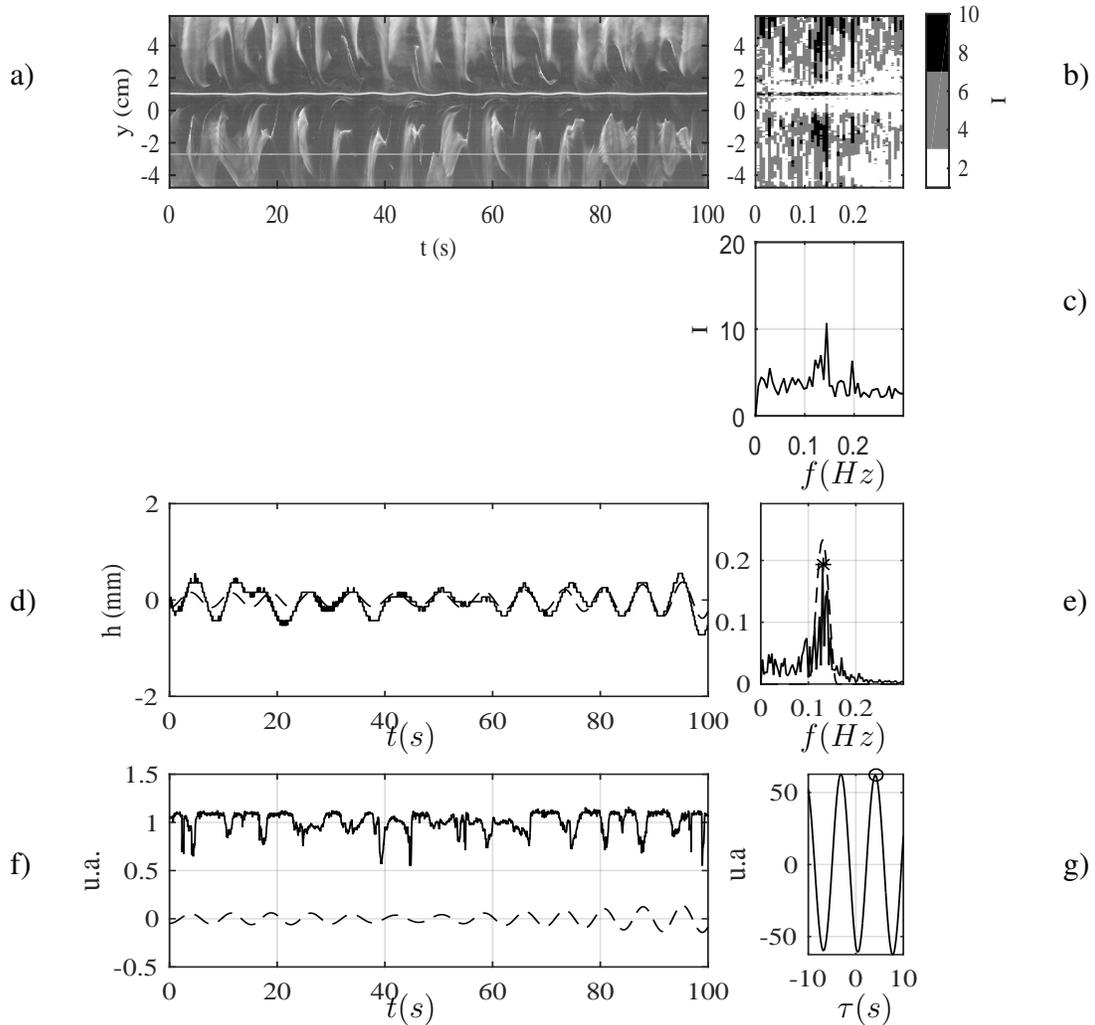


Figura C.10: Señales procesadas para $L = 9.5$ cm. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

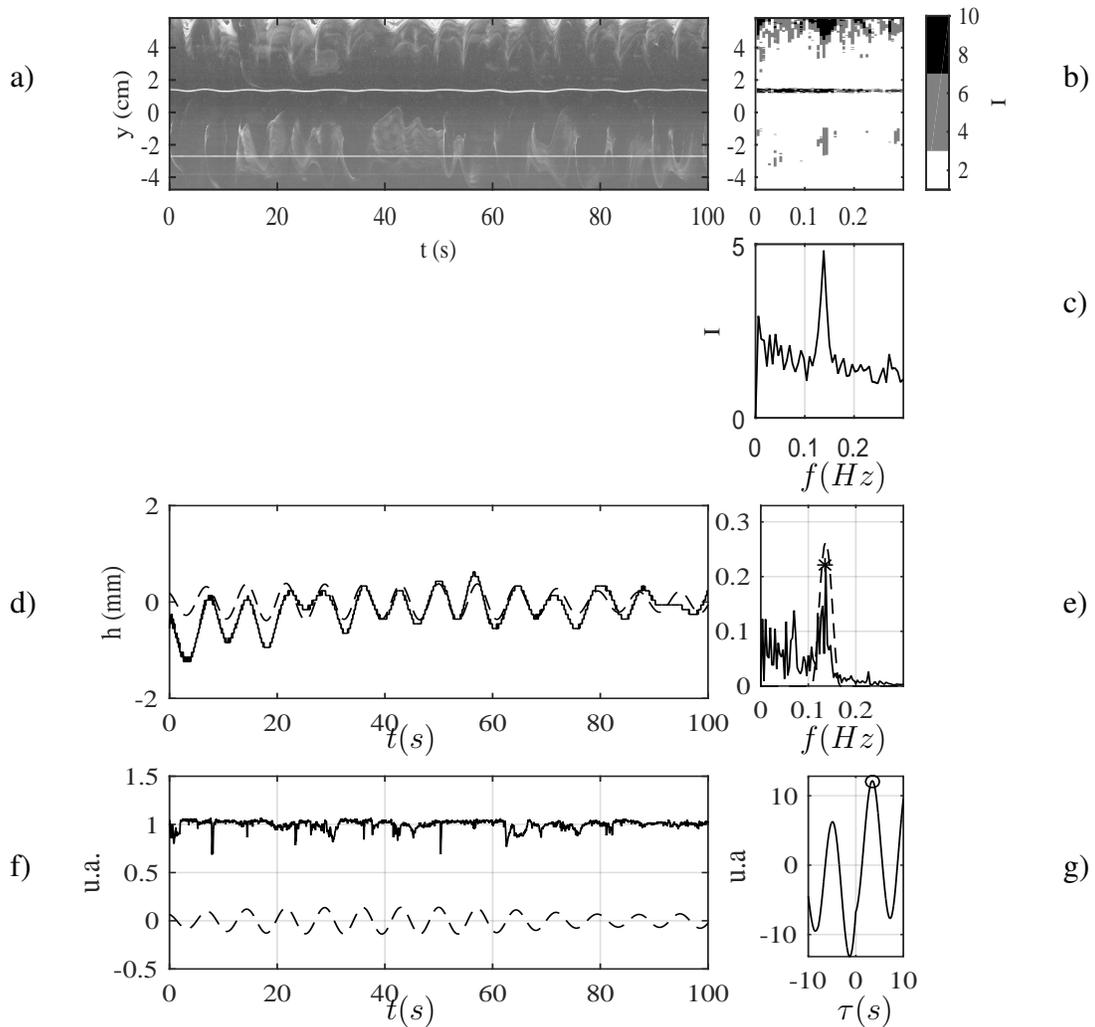


Figura C.11: Señales procesadas para $L = 10$ cm. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.

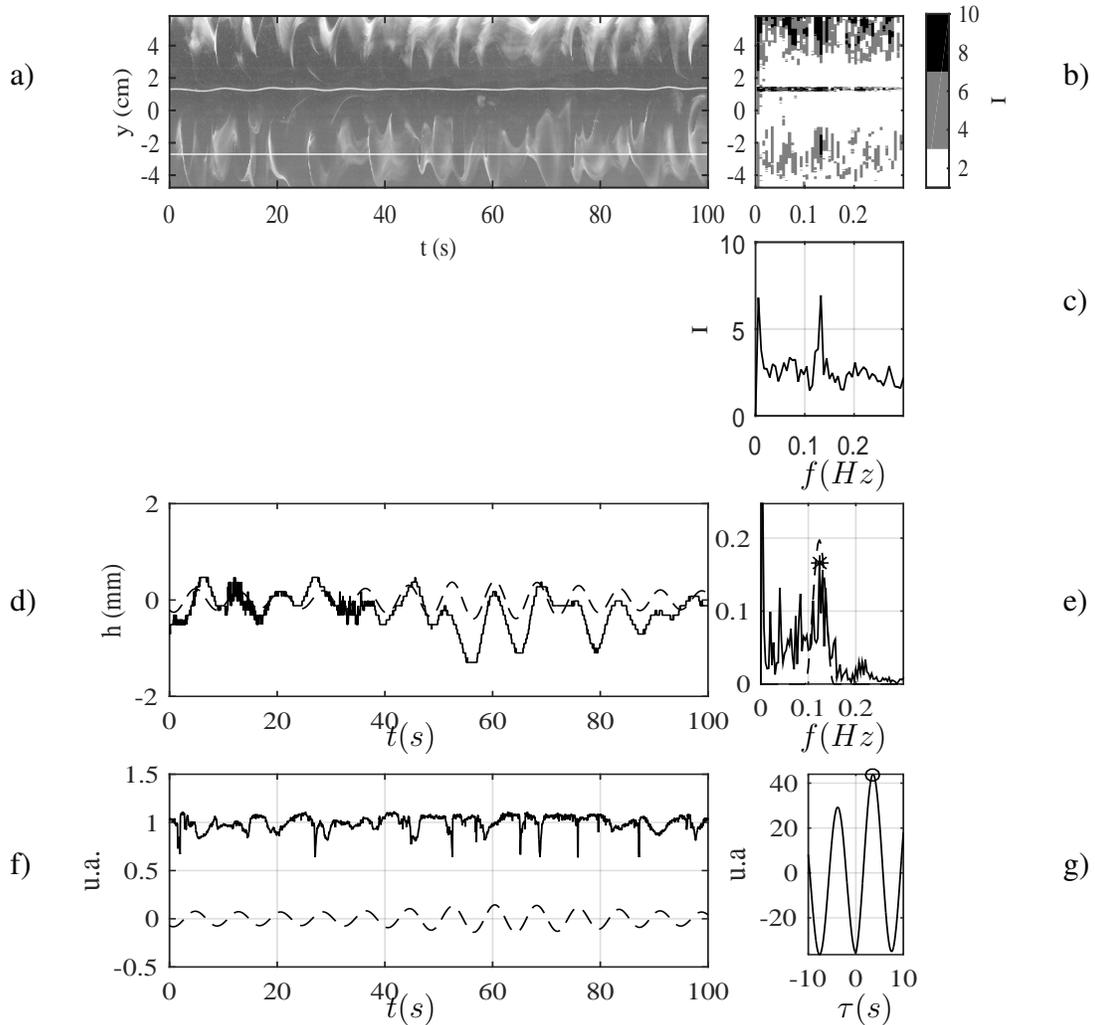


Figura C.12: Señales procesadas para $L = 10.5 \text{ cm}$. (a) Diagrama espacio-temporal (DST) (mostrado sobre 100 s únicamente para una mejor visualización). La línea recta horizontal blanca indica la fila de los vórtices (correspondiendo a $I(t)$ en el texto) que se tomó para calcular el desfase con la placa, la línea oscilante en el centro del DST indica la posición del extremo libre de la placa. (b) Espectro de frecuencias de Fourier realizado a lo largo de cada línea del DST, I es la intensidad de color. (c) Promedio del espectro de frecuencias anterior omitiendo la región de oscilación de la placa: se trata del espectro de los vórtices. (d) La oscilación de la placa $h(L, t)$ (—) y la misma señal filtrada con el filtro pasa-banda (---) indicado en la gráfica (e). (e) Espectro de Fourier de la oscilación de la $h(L, t)$. El filtro (---) utilizado para filtrar esta señal y el símbolo (*) indica el pico máximo del espectro, indicando su frecuencia característica. (f) Señales de los vórtices (—) y de la placa (---) en función del tiempo. (g) Función de correlación cruzada entre las dos señales. El símbolo (o) indica el máximo de la correlación.